

Variance d'une v.a.r.

I. Variance, écart type

La variance de X est la moyenne des carrés des écarts entre $E(X)$ et les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$ pondérées par les probabilités $p_1, p_2, \dots, p_n$:

$$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{i=n} p_i(x_i - E(X))^2.$$

Formule de Koenig-Huygens :

On démontre que l'on peut écrire :

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Ainsi,
$$V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i^2 - (E(X))^2.$$

L'écart type $\sigma(X)$ d'une variable aléatoire X est la racine carrée de sa variance :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Voir exercice 1

II. Propriétés de la variance

$$V(aX + b) = a^2 V(X)$$

$$\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y) \text{ si } X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes}$$