ECP1

Correction devoir 6

Exercice 1

Les trois questions sont indépendantes.

1. La suite (u_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = n^2 + 4n$. Calculer u_3.

2. La suite (v_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 4\,v_n - 2 \end{cases}$. Calculer v_3.

3. La suite (w_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} w_0 = -1 \\ w_{n+1} = 4\,w_n + 2n \end{cases}$. Calculer w_3.

1. $u_3 = 3^2 + 4\times 3 = 9 + 12 = 21$.

2. $v_1 = 4v_0 - 2 = 4\times 2 - 2 = 8 - 2 = 6$, $v_2 = 4v_1 - 2 = 4\times 6 - 2 = 24 - 2 = 22$ et $v_3 = 4v_2 - 2 = 4\times 22 - 2 = 88 - 2 = 86$.

3. $w_1 = 4\,w_0 + 2\times 0 = 4\times(-1) + 0 = -4$, $w_2 = 4\,w_1 + 2\times 1 = 4\times(-4) + 2 = -16 + 2 = -14$ et $w_3 = 4\,w_2 + 2\times 2 = 4\times(-14) + 4 = -56 + 4 = -52$.

Exercice 2

On considère les feuilles de calcul suivantes :

a.

	A	B
1	n	u_n
2	0	-2
3	1	=B2+A3
4	2	

b.

	A	B
1	n	u_n
2	0	5
3	1	=2*B2-1
4	2	

En recopiant les formules vers le bas, on fait afficher en colonne B les termes d'une suite (u_n)

Écrire, dans chaque cas, la relation donnant u_{n+1} en fonction de u_n.

a. $u_{n+1} = u_n + n + 1$ **2.** $u_{n+1} = 2u_n - 1$

ECP1

Exercice 3

Un petit village en Chine surveille avec inquiétude l'avancée d'une dune de sable de plusieurs kilomètres de long. « Elle n'est plus aujourd'hui qu'à 200 m des premières maisons du village et avance à une vitesse moyenne de 8 mètres par an », explique un responsable du village en 2024.

Pour $n \geq 0$, on note d_n la distance (en mètres) séparant le village de la dune l'année $(2024+n)$ On suppose que la dune continue d'avancer à la même allure.

1. Écrire la relation donnant d_{n+1} en fonction de d_n.
2. Reconnaître la nature de la suite (d_n).
3. Donner l'expression de d_n en fonction de *n*.
4. Dans combien d'années le village sera-t-il atteint ?

1. Chaque année, la dune se rapproche de 8 mètres, donc $d_{n+1} = d_n - 8$.
2. (d_n) est la suite arithmétique de premier terme $d_0 = 200$ et de raison –8.
3. On en déduit : $d_n = an + d_0 = -8n + 200$.
4. $d_n = 0 \Leftrightarrow -8n + 200 = 0 \Leftrightarrow -8n = -200 \Leftrightarrow n = \frac{-200}{-8} = \frac{100}{4} = \frac{50}{2} = 25$.

   Le village sera atteint en 25 ans.