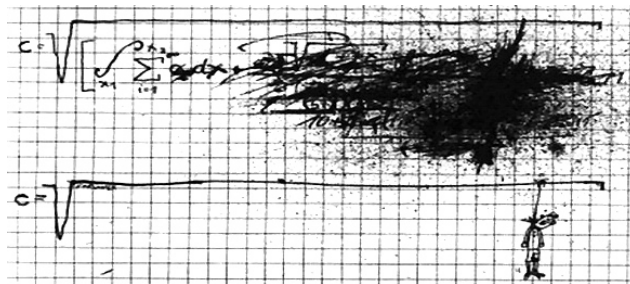


E.C.P. Lycée Jean PERRIN

À la quête...
Exercices progressifs

Julien Fernandez

Quête n°1 : la fonction logarithme népérien
Niveau 1 : Profane


⇒ **Exercice corrigé**

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(x) + x$.

1. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Correction :

1.

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 0} x = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x) + x) = -\infty \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x) + x) = +\infty \end{array}$$



Rappel : $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$.



Remarque : la technique du « point, point, accolade » est LA technique la plus importante des limites.

2. $f'(x) = \frac{1}{x} + 1$



Rappel : $\ln'(x) = \frac{1}{x}$ et $\frac{1}{x} > 0$ car $x \in]0 ; +\infty[$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

$f'(x) > 0$ comme somme de deux termes positifs sur $]0 ; +\infty[$.

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $]0 ; +\infty[$:

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		+
f	$-\infty$	$+\infty$

⇒ **Je m'entraîne**

- ① Même exercice avec $f(x) = \ln(x) + 2x$
- ② Même exercice avec $f(x) = \ln(x) + 3x + 1$ (pour les limites, écrire $f(x) = \ln(x) + (3x + 1)$)
- ③ Même exercice avec $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}x^2$
- ④ Même exercice avec $f(x) = \ln(x) + x^3$

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Novice. 

J'ai un doute ?

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 2 : Novice

⇒ Exercice corrigé

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(x) - x$.

1. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .



Correction :

1. $f(x) = \ln(x) - x = \ln(x) + (-x)$.

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 0} -x = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x) - x) = -\infty \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par croissances comparées,} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x) - x) = -\infty \end{array}$$



Rappel : « $+\infty - \infty$ » est la seule forme indéterminée relative à l'addition ou à la soustraction.

2. $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$



Remarque : ici, le signe de $f'(x)$ n'est plus « évident ». Il faut alors factoriser, c'est-à-dire réduire au même dénominateur.

$$f'(x) = \frac{1-x}{x}.$$



Remarque : on peut maintenant étudier le signe des deux facteurs.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

- $x > 0$ car $x \in]0 ; +\infty[$.
- $f'(x)$ est donc du signe de $1 - x$.



Remarque : ici, il est possible de poser l'inéquation

$$1 - x > 0 \Leftrightarrow -x > -1 \Leftrightarrow x < 1$$

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $]0 ; +\infty[$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
f	$-\infty$	-1	$-\infty$

$$f(1) = \ln(1) - 1 = -1.$$

⇒ **Je m'entraîne**

- ① Même exercice avec $f(x) = \ln(x) - 2x$
- ② Même exercice avec $f(x) = \ln(x) - 3x + 1$
(pour les limites, écrire $f(x) = \ln(x) + (-3x + 1)$)

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Initié.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 3 : Initié

⇒ Exercice corrigé

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(x) - \frac{1}{2}x^2$.

1. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .



Correction :

1. $f(x) = \ln(x) - \frac{1}{2}x^2 = \ln(x) + \left(-\frac{1}{2}x^2\right)$.

$$\begin{aligned} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\ln(x) - \frac{1}{2}x^2 \right) = -\infty \end{array} \right. \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} -\frac{1}{2}x^2 = 0 \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{par croissances comparées,} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln(x) - \frac{1}{2}x^2 \right) = -\infty \end{array} \right. \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{2}x^2 = -\infty \end{aligned}$$



Rappel : « $+\infty - \infty$ » est la seule forme indéterminée relative à l'addition ou à la soustraction.

2. $f'(x) = \frac{1}{x} - x = \frac{1-x^2}{x} = \frac{(1-x)(1+x)}{x}$.



Remarque : ici, on a factorisé grâce à l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Il aurait été possible de passer par Δ mais ça aurait été maladroit.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

- $x > 0$ car $x \in]0 ; +\infty[$.
- $1+x > 0$ car $x \in]0 ; +\infty[$.
- $f'(x)$ est donc du signe de $1-x$.
 $1-x > 0 \Leftrightarrow -x > -1 \Leftrightarrow x < 1$

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $]0 ; +\infty[$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
f	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$-\infty$

$$f(1) = \ln(1) - \frac{1}{2} \times 1^2 = -\frac{1}{2}.$$

⇒ **Je m'entraîne**

- ① Même exercice avec $f(x) = 4\ln(x) - \frac{1}{2}x^2$
- ② Même exercice avec $f(x) = \ln(x) - 2x^2$

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Professionnel. 

J'ai un doute ? 

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 4 : Professionnel**⇒ Exercice corrigé 1**

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x \ln(x)$.

1. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

**Correction :**

1. Par croissances comparées, $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ (c'est une limite du cours).

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \end{array} \right\} \text{par produit de limites,} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln x = +\infty$$



Rappel : « $0 \times \infty$ » est la seule forme indéterminée relative à la multiplication.

2. $(u \times v)' = u'v + v'u$, donc :

$$f'(x) = (1) \times (\ln x) + \left(\frac{1}{x}\right) \times (x) = \ln x + 1.$$



Remarque : attention à bien reconnaître le produit « uv ». Ici, $u(x) = x$ et $v(x) = \ln(x)$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:



Remarque : ici, on pose directement l'inéquation.

$$\begin{aligned} & \ln x + 1 > 0 \\ \Leftrightarrow & \ln x > -1 \\ \Leftrightarrow & x > e^{-1} = \frac{1}{e} \text{ car la fonction exponentielle est strictement croissante sur } \mathbb{R}. \end{aligned}$$

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $]0 ; +\infty[$:

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
f	0	$-\frac{1}{e}$	$+\infty$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}$$

⇒ **Je m'entraîne**

① Même exercice avec $f(x) = x \ln(x) + x$

② Même exercice avec $f(x) = x \ln(x) - x$

Aide pour les limites :

- en 0 : technique de « point, point, accolade » grâce à la limite de cours
- en $+\infty$: factorisation par x

J'ai compris ?

Parfait, je passe à l'exercice corrigé 2.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

⇒ Exercice corrigé 2

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

1. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Correction :

1. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0^+ \end{array} \right\} \text{ par quotient de limites, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{x} = -\infty$$



Rappel : « $\frac{\infty}{0} = \infty$ » et « $\frac{0}{\infty} = 0$ » ne sont pas des formes indéterminées.



Remarque : lorsqu'une limite comporte une « division par 0 », on doit faire attention au signe du dénominateur.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ par croissances comparées (c'est une limite du cours).}$$



Rappel : « $\frac{\infty}{\infty}$ » et « $\frac{0}{0}$ » sont les deux formes indéterminées relatives à la division.

2. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$, donc :

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x}\right)' \times (x) - (1)' \times (\ln x)}{(x)^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}.$$



Remarque : attention à bien reconnaître le produit « $\frac{u}{v}$ ». Ici, $u(x) = \ln(x)$ et $v(x) = x$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

- $x^2 > 0$ car $x > 0$.
- $f'(x)$ est donc du signe de $1 - \ln x$.

$$1 - \ln x > 0.$$

$$\Leftrightarrow -\ln x > -1$$

$$\Leftrightarrow \ln x < 1$$

$$\Leftrightarrow x < e \text{ car la fonction exponentielle est strictement croissante sur } \mathbb{R}.$$

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $]0; +\infty[$:

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
f	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	0

$$f(e) = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e}$$

⇒ **Je m'entraîne**

① Même exercice avec $f(x) = \frac{\ln x}{x} + 1$.

② Même exercice avec $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ sur $]0; 1[\cup]1; +\infty[$.

Attention, il y a une valeur interdite et donc 4 limites à calculer.

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Expert.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 5 : Expert**⇒ Exercice 1**

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(x) - 2x + 3$.

On note $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

1. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$. En donner une valeur approchée. *On rappelle que $\ln(2) \approx 0,7$.*

2. a) On souhaite calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Recopier et compléter les pointillés :

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = \dots \\ \cdot \lim_{x \rightarrow 0} -2x + 3 = \dots \end{array} \right\} \text{ par } \dots \text{ de limites, } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots$$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. a) Calculer $f'(x)$ pour tout réel $x > 0$.

b) Déterminer le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau des variations de f .

On fera figurer les limites aux bornes et les valeurs particulières.

4. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1.

5. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β dans $]0; +\infty[$ avec $\alpha < \beta$.

b) Justifier que $\beta \in]1, 2[$.



*Désolé, c'est sympa
mais je n'ai pas trouvé mieux*

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 2. 👍

⇒ Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 3. 

⇒ Exercice 3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\ln(x)}{x - \ln(x)}$.

1. Étudier le signe de $x - \ln(x)$. En déduire l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
3. Étudier les variations de f sur son ensemble de définition.

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 4. 

⇒ Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

1. Déterminer la limite de f en 0 et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, j'évolue au niveau Master.



Niveau 6 : Master**⇒ Exercice 1**

On considère les fonctions f et g définies sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = x + 1 - \frac{\ln(x)}{x} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 1 + \ln(x).$$



Spéciale dédicace à Nader

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1. a) Calculer la dérivée de g .
 b) En déduire que g est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.
 c) Calculer $g(1)$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$.
2. a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en 0 .
 b) Calculer la dérivée de f . Vérifier pour tout réel x strictement positif : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
 c) Déduire, à l'aide de la question précédente et à l'aide de la question 1 le signe de $f'(x)$ puis le tableau complet des variations de f .
 d) Démontrer que la courbe C possède une asymptote oblique D que l'on déterminera.
 e) Étudier la position relative de C et D .

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 2. 👍

⇒ Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1 \text{ si } x > 0. \end{cases}$$

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

1. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la fonction f ?
 b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. a) Étudier la dérivabilité de f en 0.
 b) Montrer que f est dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour $x > 0$.
3. Étudier le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$, puis dresser son tableau de variation.

Partie B

1. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse $x = 1$.
2. On considère la fonction $g : x \mapsto f(x) - 2x - \frac{1}{2}$ définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.
 a) Calculer $g'(x)$, puis $g''(x)$.
 Étudier le sens de variation de g' . En déduire le signe de $g'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$.
 b) Étudier le sens de variation de g .
 En déduire la position de la courbe C par rapport à la tangente T .

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 3. 

⇒ Exercice 3

1. Soit L la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $L(x) = x \ln x - x$. Calculer $L'(x)$.
2. Soit H la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $H(x) = -\frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2 \ln x}{x} - \frac{2}{x}$.
Calculer $H'(x)$.
3. On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$.
Calculer $[f(x)]^2$. En déterminer, à l'aide de ce qui précède, une primitive.

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.
Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 4. 

⇒ Exercice 4

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{x-2}{x-1}\right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Calculer $f'(x)$.
4. Étudier les variations de f sur son ensemble de définition.

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.
Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 5. 

⇒ Exercice 5

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1} \right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Calculer $f'(x)$.
4. Étudier les variations de f sur son ensemble de définition.

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

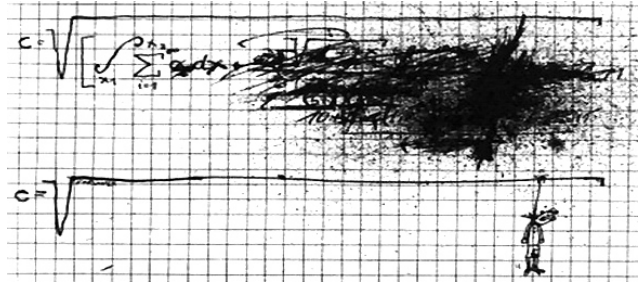
Le travail est validé ?

Bravo ! Mon niveau est excellent même s'il faut toujours rester concentré...



Quête n°2 : matrice inverse

Niveau 1 : Profane



⇒ Exercice corrigé



Dans ce niveau, on s'intéresse, si elle existe, à l'inverse d'une matrice 2×2 .

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

A est-elle inversible ? Si oui, donner sa matrice inverse A^{-1} .

Correction :



Cours :

Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Si $ad - bc \neq 0$, alors A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

$1 \times 2 - 1 \times 4 = 2 - 4 = -2 \neq 0$. Donc A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$.

⇒ Je m'entraîne

- ① Même exercice avec $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- ② Même exercice avec $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- ③ Même exercice avec $D = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
- ④ Même exercice avec $E = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Novice. 

J'ai un doute ?

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.
Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 2 : Novice

⇒ Exercice corrigé

On considère la matrice $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer Q^2 .
2. En déduire que Q est inversible et donner Q^{-1} .



Correction :

Cours :

Soient deux matrices A et B telles que $A \times B = I$. Alors A est inversible et $A^{-1} = B$.

$$1. \quad Q^2 = Q \times Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad Q \times Q = I. \text{ Donc } Q \text{ est inversible et } Q^{-1} = Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



⇒ Je m'entraîne

① On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Calculer $A \times B$. En déduire que A est inversible et donner A^{-1} .

② On considère les matrices $P = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -4 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ et $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Calculer $P \times Q$. En déduire que P est inversible et donner P^{-1} .

③ On considère les matrices $R = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ et $S = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -\frac{1}{2} \\ -4 & 2 & 0 \\ \frac{5}{2} & -1 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Calculer $R \times S$. En déduire que R est inversible et donner R^{-1} .

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Initié.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 3 : Initié**⇒ Exercice corrigé**

On considère les matrices $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ et $Q = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

Calculer $P \times Q$. Conclure.

**Correction :****Cours :**

Soient deux matrices A et B telles que $A \times B = k \times I$. Alors A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{k} B$.

$$P \times Q = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = 6I. \text{ Donc } P \text{ est inversible et } P^{-1} = \frac{1}{6} Q = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}.$$



L'écriture $P^{-1} = \frac{1}{6} Q = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ suffit et est même conseillée !

⇒ Je m'entraîne

① On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -5 \\ -2 & -5 & 4 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Calculer $A \times B$. En déduire que A est inversible et calculer A^{-1} .

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Professionnel. 

J'ai un doute ?

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 4 : Professionnel

⇒ Exercice corrigé

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A^2 - A - 2I$.
2. En déduire que la matrice A est inversible et calculer A^{-1} .

**Correction :**

$$1. \quad A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Par suite, } A^2 - A - 2I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O.$$

$$2. \quad A^2 - A - 2I = O$$

$$\Leftrightarrow A^2 - A = 2I$$

$$\Leftrightarrow A(A - I) = 2I$$

 On reconnaît la propriété du niveau précédent : $A \times B = 2I$ avec $B = (A - I)$.

$$A \text{ est donc inversible et } A^{-1} = \frac{1}{2}(A - I) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

⇒ Je m'entraîne

① On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -8 & 6 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A^3 - 2A^2 - A + 2I$.
2. En déduire que la matrice A est inversible et calculer A^{-1} .

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Expert.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.
Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 5 : Expert**⇒ Exercice 1**

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Justifier que A est inversible.
2. Calculer A^{-1} à l'aide du pivot de Gauss.

Correction :

1. A est une matrice triangulaire supérieure à éléments diagonaux non nul.
Donc A est inversible.

$$2. \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{matrix}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} L_1 \leftarrow L_1 - 3L_3 \\ L_2 \leftarrow L_2 - 2L_3 \end{matrix}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 0 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & \boxed{2} & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} L_1 \leftarrow 2L_1 - L_2 \end{matrix}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -0,5 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0,5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} L_1 \leftarrow L_1 / 2 \\ L_2 \leftarrow L_2 / 2 \end{matrix} \quad \text{Finalement, } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 & -2 \\ 0 & 0,5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

⇒ Je m'entraîne

① On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Justifier que A est inversible.
2. Calculer A^{-1} à l'aide du pivot de Gauss.



② On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Justifier que A est inversible.
2. Calculer A^{-1} à l'aide du pivot de Gauss.

③ On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Justifier que A est inversible et calculer A^{-1} à l'aide du pivot de Gauss.

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.
Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 2. 

⇒ Exercice 2

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -8 & 6 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $(A - I)(A - 2I)(A + I)$.
2. En déduire que la matrice A est inversible et calculer A^{-1} .

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.
Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 2. 

⇒ Exercice 3

On considère la matrice $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer $C \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Conclure.

Correction :

$$C \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Supposons que C soit inversible. On aurait alors :

$$C \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow C^{-1} \times C \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = C^{-1} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ ce qui est absurde.}$$

(On a multiplié par C^{-1} à gauche).

On en conclut que C n'est pas inversible.



On vient de réaliser une démonstration par l'absurde.

⇒ Je m'entraîne

① On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer $A \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Conclure.

② On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$. Calculer $A \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Conclure.

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, j'évolue au niveau Master.



Niveau 6 : Master**⇒ Exercice 1**

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A^3 - 3A^2 + 2A$.
2. Montrer que, si A est inversible, alors $A^2 - 3A + 2I = O_3$.
3. Calculer $A^2 - 3A + 2I$. Conclure.

**Je valide mon travail auprès de mon professeur :**

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Parfait, je passe à l'exercice 2. 👍

⇒ Exercice 2

Les matrices suivantes sont-elles inversibles ? Si oui, calculer leur inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

Correction :

Occupons-nous de la matrice A . On applique la méthode du pivot de Gauss.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array} \\
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} \boxed{1} & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_1 + L_3 \end{array} \\
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{-3} & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} \\ \\ L_3 \leftarrow L_2 + L_3 \end{array}
 \end{aligned}$$

La matrice de gauche est triangulaire supérieure à éléments diagonaux non nuls, donc A est inversible.

$$\begin{aligned}
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 + L_3 \\ L_2 \leftarrow L_2 - L_3 \\ \end{array} \\
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & \boxed{-3} & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow 3L_1 + L_2 \\ \\ \end{array} \\
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1/3 & 1 & 2/3 \\ 0 & 1 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{array} \right] \begin{array}{l} L_1 \leftarrow L_1 / 3 \\ L_2 \leftarrow L_2 / (-3) \\ L_3 \leftarrow -L_3 \end{array}
 \end{aligned}$$

Finalement, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/3 & 1 & 2/3 \\ 1/3 & 0 & 1/3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$

Occupons-nous maintenant de la matrice B . On applique la méthode du pivot de Gauss.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 7 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{matrix} \\
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} \boxed{1} & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & 4 & 0 & -1 \end{array} \right] \begin{matrix} \\ L_2 \leftarrow 2L_1 - L_2 \\ L_3 \leftarrow 4L_1 - L_3 \end{matrix} \\
 \sim & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{-1} & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 & 1 \end{array} \right] \begin{matrix} \\ \\ L_3 \leftarrow 3L_2 - L_3 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

La matrice de gauche est triangulaire supérieure et possède un élément diagonal nul, donc B n'est pas inversible.

⇒ **Je m'entraîne**

① Les matrices suivantes sont-elles inversibles ? Si oui, calculer leur inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Je valide mon travail auprès de mon professeur :

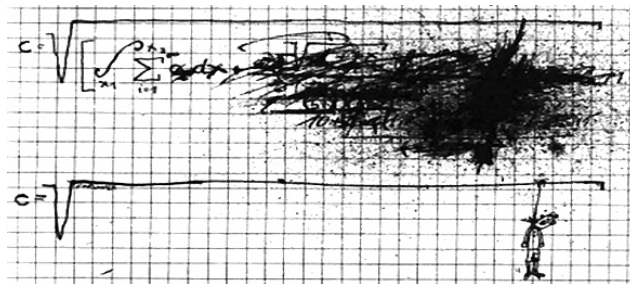
Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de l'évaluer.

Le travail est validé ?

Bravo ! Mon niveau est excellent même s'il faut toujours rester concentré...



Quête n°3 : la fonction exponentielle
Niveau 1 : Profane
⇒ Exercice corrigé


On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x + x + 1$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Correction :

1. $f(x) = e^x + (x+1)$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x+1 = -\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites,} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x+1 = +\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites,} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$



Rappel : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$.

2. $f'(x) = e^x + 1$



Rappel : $(e^x)' = e^x$ et $e^x > 0$ sur $\mathbb{R}$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

$f'(x) > 0$ comme somme de deux termes positifs sur $\mathbb{R}$.

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
f	$-\infty$	$+\infty$

⇒ **Je m'entraîne**

① Même exercice avec $f(x) = e^x + 2x$

② Même exercice avec $f(x) = e^x + x^3$

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Novice. 

J'ai un doute ? 

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 2 : Novice**⇒ Exercice corrigé**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x - x + 1$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

**Correction :**

1. $f(x) = e^x - x + 1 = e^x + (-x + 1)$.

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} -x + 1 = +\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} -x + 1 = -\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par croissances comparées,} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{array}$$

2. $f'(x) = e^x - 1$

3. Étudions le signe de $f'(x)$:



Remarque : ici, le signe de $f'(x)$ n'est plus « évident ». On pose alors l'inéquation.

$$e^x - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow e^x \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq \ln(1) = 0 \text{ car la fonction } \ln \text{ est strictement croissante sur }]0; +\infty[.$$

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
f	$+\infty$	2	$+\infty$

$$f(0) = e^0 - 0 + 1 = 2.$$

⇒ **Je m'entraîne**

① Même exercice avec $f(x) = e^x - 2x - 1$

J'ai compris ?

Parfait, j'évolue au niveau Initié.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

Niveau 3 : Initié

⇒ Exercice corrigé 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - e^{-x}$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Correction :

1. $f(x) = e^{2x} + (-e^{-x})$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} -e^{-x} = -\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} -e^{-x} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{par somme de limites,} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \end{array}$$

2. $f'(x) = 2e^{2x} + e^{-x}$.

Rappel : $(e^{ax})' = ae^{ax}$. En particulier, $(e^{-x})' = -e^{-x}$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

$f'(x) > 0$ comme somme de deux termes positifs sur $\mathbb{R}$.

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
f	$-\infty$	$+\infty$



J'ai compris ?

Parfait, je passe à l'exercice corrigé 2.



J'ai un doute ?



Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

⇒ Exercice corrigé 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x} - 2x - 1$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Correction :

1. $f(x) = e^{-x} + (-2x - 1)$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \\ \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x - 1 = +\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites,} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0 \\ \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} -2x - 1 = -\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites,} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

2. $f'(x) = -e^{-x} - 2$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$:

$f'(x) < 0$ comme somme de deux termes négatifs sur $\mathbb{R}$.

On en déduit le signe de $f'(x)$ puis le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $f'(x)$	-	
variations de f	$+\infty$  $-\infty$	

J'ai compris ?

Parfait, je passe à l'exercice corrigé 3.

**J'ai un doute ?**

Je transfère mon travail au format image à l'adresse : perrin_maths@hotmail.fr.

Mon professeur se fera un plaisir de m'aider à progresser.

⇒ **Exercice corrigé 3**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x} + 2x - 1$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
2. Calculer la dérivée de f .
3. Déterminer le tableau de variations de f .

Correction :