Correction test « Second degré »

1. a) Résoudre l'équation $4x^2+4x+1=0$.

b) Factoriser $4x^2+4x+1$.

a) $a=4$, $b=4$, $c=1$. $\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times4\times1=16-16=0$

Il y a une racine : $x_0=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{4}{2\times4}=-\dfrac{1}{2}$

b) La factorisation est, ici, $a\left(x-x_0\right)^2$. Donc $4x^2+4x+1=4\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$

2. Déterminer le signe de x^2+2x-8.

$a=1$, $b=2$, $c=-8$. $\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times1\times(-8)=4+32=36>0$

Il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-2-\sqrt{36}}{2\times1}=\dfrac{-2-6}{2}=\dfrac{-8}{2}=-4$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-2+\sqrt{36}}{2\times1}=\dfrac{-2+6}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

x^2+2x-8 est du signe de 1 à l'extérieur des racines. On en déduit :

x	$-\infty$		-4		2		$-\infty$
x^2+2x-8		$+$	0	$-$	0	$+$	

3. Déterminer le signe de $-x^2+x-1$.

$a=-1$, $b=1$, $c=-1$. $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times(-1)\times(-1)=1-4=-3<0$

$-x^2+x-1$ est du signe de –1, donc négatif, sur $]-\infty\,;+\infty[$.

4. On lance un dé à six faces, et on note *k* le résultat obtenu.
Est-il possible que l'équation $x^2+k\,x+9$ possède des solutions ?

Ici, $a=1$, $b=k$, $c=9$

$\Delta=b^2-4ac=k^2-4\times1\times9=k^2-36$.

Or $k\in[\![1\,;\,6]\!]$. Donc $\Delta<0$ si $k\in[\![1\,;\,5]\!]$ et $\Delta=0$ si $k=6$. Dans ce cas, et dans ce cas seulement, l'équation $x^2+k\,x+9=0$ possède une solution (qui est –3 si on la calcule).