Correction devoir 8

Exercice 1

1. Développer, réduire et ordonner :

$A = a\times(a+3)$ $\quad$ $B = (x^2+4)\times x$ $\quad$ $C = a\times(a^2+a)$ $\quad$ $D = b\times(3b^2+5b)$

2. Développer, réduire et ordonner :

$E=(a-4)(a+3)$ $\quad$ $F=(3t-2)(7t-4)$ $\quad$ $G=(4s-1)(2s+5)$ $\quad$ $H=(x+3y)(2x-y)$

1. $A = a\times(a+3) = a^2+3a$ $\qquad$ $B = (x^2+4)\times x = x^3+4x$

$C = a\times(a^2+a) = a^3+a^2$ $\qquad$ $D = b\times(3b^2+5b) = 3b^3+5b^2$

2. $E=(a-4)(a+3) = a^2+3a-4a-12 = a^2-a-12$

$F=(3t-2)(7t-4) = 21t^2-12t-14t+8 = 21t^2-26t+8$

$G=(4s-1)(2s+5) = 8s^2+20s-2s-5 = 8s^2+18s-5$

$H=(x+3y)(2x-y) = 2x^2-xy+6xy-3y^2 = 2x^2+5xy-3y^2$

Exercice 2

La suite (u_n) est définie par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$.

1. Reconnaître la nature de la suite (u_n).

2. Déterminer u_n en fonction de *n*. En déduire u_9.

3. Rappeler la formule de la somme des termes d'une suite arithmétique puis calculer $u_0+u_1+\dots+u_9$.

1. (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0=-2$ et de raison 3.

2. On en déduit : $u_n = a\,n + u_0 = 3n-2$. Dès lors, $u_9 = 3\times 9 - 2 = 25$.

3. Par cours, $u_{0\text{ ou }1} + \dots + u_n = (\text{nombre de termes})\times\dfrac{\text{1er terme}+\text{dernier terme}}{2}$, donc :

$$u_0+u_1+\dots+u_9 = 10\times\frac{u_0+u_9}{2} = 10\times\frac{-2+25}{2} = 10\times\frac{23}{2} = 5\times 23 = 115.$$

ECP1

Exercice 3

La suite (u_n) est définie par : $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 5 \end{cases}$.

1. Reconnaître la nature de la suite (u_n).

2. Déterminer u_n en fonction de *n*.

1. (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison – 5.

2. On en déduit : $u_n = a(n-1) + u_1 = -5(n-1) + 3 = -5n + 5 + 3 = -5n + 8$.

Exercice 4

Déterminer les formules explicites des suites arithmétiques suivantes :

1. $u_0 = -2$ et $a = 4$.

2. $u_1 = -5$ et $a = -2$.

1. $u_n = a\,n + u_0 = 4n - 2$

2. $u_n = a(n-1) + u_1 = -2(n-1) - 5 = -2n + 2 - 5 = -2n - 3$

Exercice 5

Calculer la somme suivante : $1 + 2 + 3 + \ldots + 60$.

Par cours, $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$, donc $1 + 2 + 3 + \ldots + 60 = \dfrac{60 \times 61}{2} = 30 \times 61 = 1830$.

Exercise 6

A bag contains 10 red balls, 6 black balls and 4 yellow balls. Each of these balls has the same probability of being drawn. We draw a ball at random.

1. Calculate the probability that this ball is red.

2. Calculate the probability that this ball is black or yellow.

3. Calculate the sum of the two probabilities found in the previous two questions.
Was the result predictable? Why or why not?

4. Blue balls are added to this bag. The bag now contains 10 red balls, 6 black balls 4 yellow balls and the blue balls. One ball is drawn at random.
Knowing that the probability of drawing a blue ball is equal to $\dfrac{1}{5}$ calculate the number of blue balls.

1. La probabilité que la boule tirée soit rouge est égale à $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

2. La probabilité que la boule tirée soit noire ou jaune est égale à $\frac{6+4}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

3. La somme des deux probabilités précédentes est égale à 1. Ce résultat était prévisible puisque la boule tirée ne peut être que rouge, noire ou jaune.

4. Soit x le nombre de boules bleues ajoutées. La probabilité de tirer une boule bleue, égale à $\frac{1}{5}$, est aussi égale à $\frac{x}{20+x}$. On résout alors l'équation :

$$\frac{x}{20+x} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5x = 20 + x \Leftrightarrow 4x = 20 \Leftrightarrow x = 5.$$

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^2 + 3x + 7 = 0$.

2. $4x = 3 + x^2$.

1. $a = 1$, $b = 3$ et $c = 7$. $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4\times1\times7 = 9 - 28 < 0$.
L'équation n'a donc pas de solution réelle.

2. $4x = 3 + x^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$.

$a = 1$, $b = -4$ et $c = 3$. $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4\times1\times3 = 16 - 12 = 4$.

Il y a donc deux réponses :

$$\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4-\sqrt{4}}{2\times1} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ et } \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4+\sqrt{4}}{2\times1} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Exercice 8

Déterminer le signe de $-5x^2 + 4x + 1$ sur $\mathbb{R}$.

$a = -5$, $b = 4$ et $c = 1$. $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4\times(-5)\times1 = 16 + 20 = 36$.

Il y a donc deux racines :

$$\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4-\sqrt{36}}{2\times(-5)} = \frac{-4-6}{-10} = \frac{-10}{-10} = 1 \text{ et } \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4+\sqrt{36}}{2\times(-5)} = \frac{-4+6}{-10} = \frac{2}{-10} = -\frac{1}{5}.$$