Généralités sur les fonctions
Exercices

Intervalles

★ Exercice 1.1

Compléter le tableau suivant donnant trois traductions de chaque énoncé, sachant que x est un nombre réel :

Intervalle	Inégalité(s)	Langue naturelle	Représentation
$x \in [3 , 5]$			
		x appartient à l'ensemble des réels inférieurs ou égaux à 6	
	$2 \leq x$		

★ Exercice 1.2

Dans chaque cas, traduire l'information donnée par l'appartenance de x à un intervalle et représenter cet intervalle sur une droite graduée.

1. $-3 \leq x \leq 7$ **2.** $-9 \leq x < -3$ **3.** $x \leq 11$ **4.** $x > 0$

★ Exercice 1.3

Dans chaque cas, représenter l'intervalle sur une droite graduée et traduire par des inégalités l'appartenance de x à cet intervalle.

1. $]-2 ; 6[$ **2.** $\left]-\frac{7}{3} ; +\infty\right[$ **3.** $]-\infty ; 7]$ **4.** $[-5 ; 4[$

Lectures graphiques

★ Exercice 1.4

Le plan est muni du repère orthonormal.

Soit *f* la fonction définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 3]$ dont on donne la courbe représentative C ci-après.

1. Utiliser le graphique pour déterminer les valeurs de $f(-4)$, $f(-3)$, $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$.

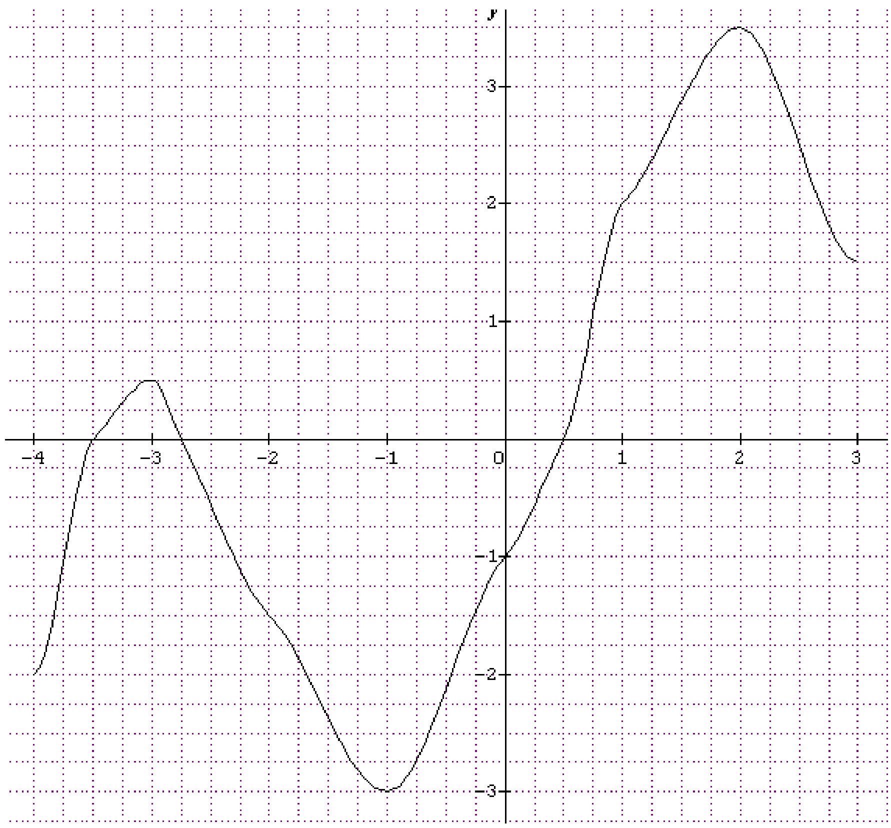
2. Dans quel intervalle varie $f(x)$ lorsque *x* varie dans $[-4\ ;\ 3]$?

3. Résoudre graphiquement dans $[-4\ ;\ 3]$ l'équation $f(x)=0$.

4. **a)** Déterminer graphiquement pour quelles valeurs de *x*, comprises entre –4 et 3, le nombre $f(x)$ est positif.

b) En déduire, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque *x* varie dans $[-4\ ;\ 3]$.

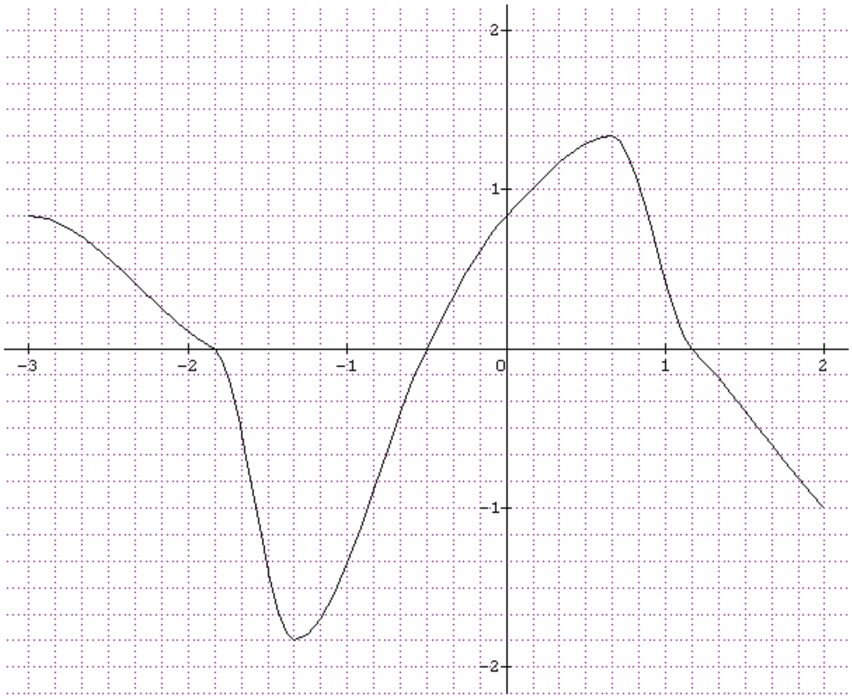
5. Dresser le tableau de variation de *f* sur $[-4\ ;\ 3]$.



★ Exercice 1.5

Le plan est muni du repère orthonormal $\left(O\ ;\vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$ dont on donne la courbe représentative C ci-dessous.



1. Utiliser le graphique pour déterminer les valeurs de $f(-3)$, $f\left(-\dfrac{4}{3}\right)$, $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$, $f(2)$.

2. Dans quel intervalle varie $f(x)$ lorsque x varie dans $[-3\ ;\ 2]$?

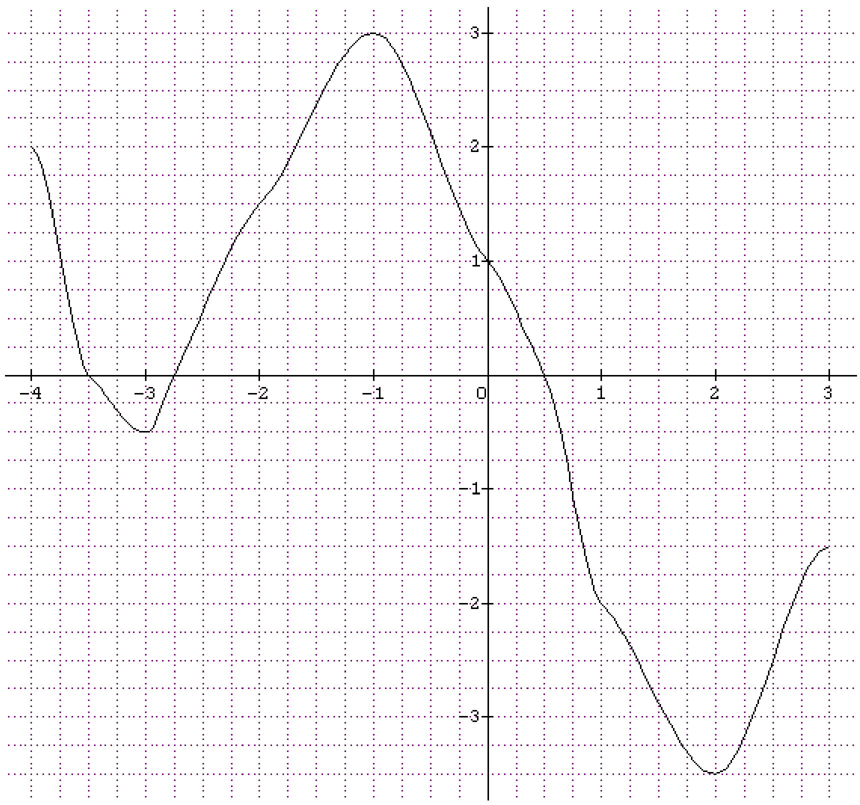
3. Donner, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque x varie dans $[-3\ ;\ 2]$.

4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-3\ ;\ 2]$.

★ Exercice 1.6 (à faire en devoir maison)

Le plan est muni du repère orthonormal $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$.

Soit *f* la fonction dont on donne la courbe représentative $\mathcal{C}$ ci-dessous.

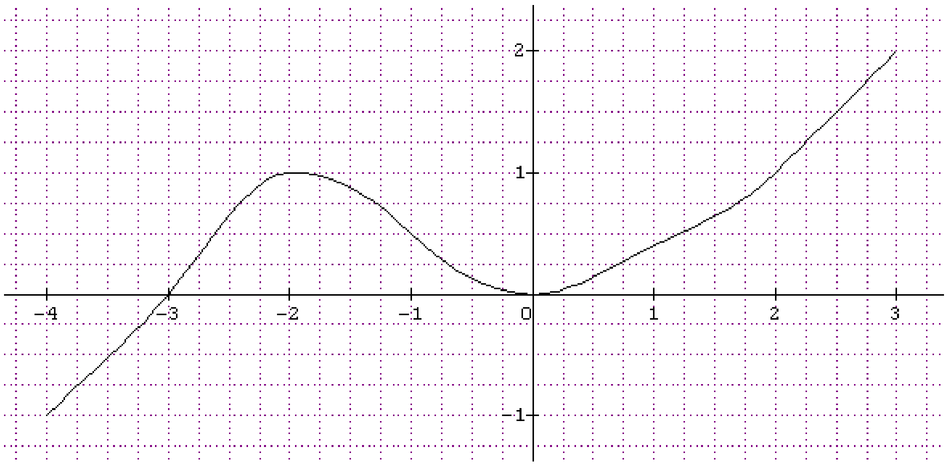


1. Quel est l'ensemble de définition de *f* ?
2. Utiliser le graphique pour déterminer les valeurs de $f(-4)$, $f(-2)$, $f(1)$, $f(3)$.
3. Décrire les variations de *f* sur $[-4\ ;\ 3]$.
4. Indiquer pour quelles valeurs de *x* la fonction *f* admet un minimum et un maximum.
5. Dresser le tableau de variation de *f* sur $[-4\ ;\ 3]$.
6. Dans quel intervalle varie $f(x)$ lorsque *x* varie dans $[-4\ ;\ 3]$?
7. Résoudre graphiquement dans $[-4\ ;\ 3]$ l'équation $f(x)=0$.
8. **a)** Déterminer graphiquement pour quelles valeurs de *x*, comprises entre – 4 et 3, le nombre $f(x)$ est positif.

   b) En déduire, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque *x* varie dans $[-4\ ;\ 3]$.

★ Exercice 1.7

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction *f* définie sur $[-4\ ;\ 3]$.

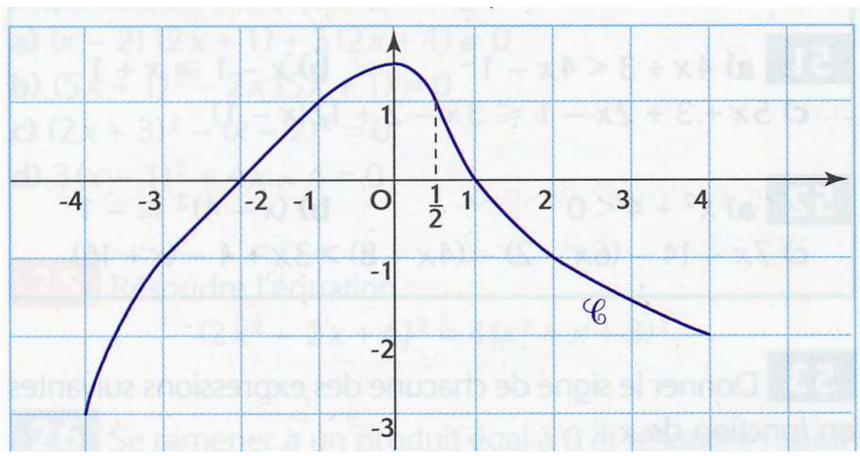


Résoudre graphiquement les équations :

1. $f(x)=2$ **2.** $f(x)=1$ **3.** $f(x)=0$ **4.** $f(x)=-1$ **5.** $f(x)=-2$

★ Exercice 1.8

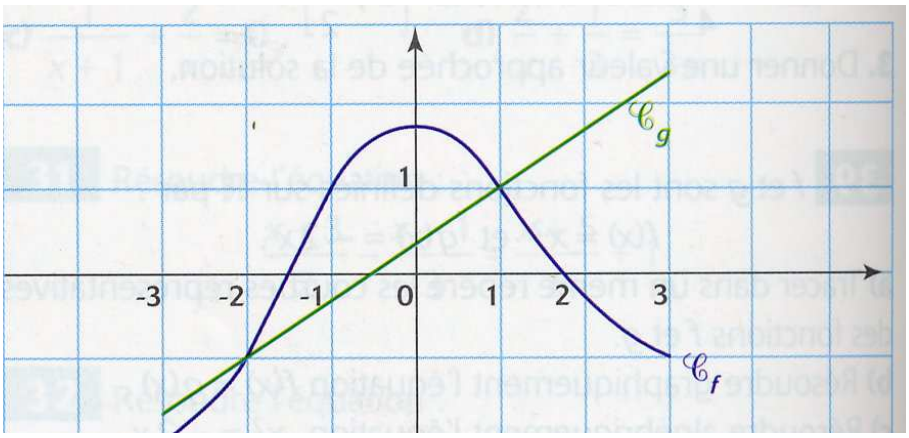
1. La courbe C ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-4\ ;\ 4]$.



Résoudre graphiquement les inéquations :

a) $f(x)>0$ **b)** $f(x)\leq -1$

2. On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux fonctions *f* et *g* définies sur $[-3\ ;\ 3]$.



Résoudre graphiquement les inéquations :

a) $f(x) \geq g(x)$ **b)** $f(x) < g(x)$

Calculs d'images et d'antécédents

★ **Exercice 1.9**

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x - 3$.

a) Calculer : $f(-3)$ et $f\left(-\frac{7}{5}\right)$.

b) Calculer les antécédents par f des nombres 1 ; $\frac{3}{4}$.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4 - 2x)^2 - 8$.

a) Quelle est l'image de $-\frac{1}{2}$?

b) Quels nombres ont pour image 1 ?

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$.

Quelle est l'image de – 1 ?

La recherche, par le calcul, d'antécédent(s) conduit à résoudre une équation.

★ Exercice 1.10

On considère la fonction définie sur $[-2\ ;\ 3]$ par $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + 1$.

Par calcul mental ou par calcul posé, recopier et compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

★ Exercice 1.11

On considère la fonction définie sur $[-2\ ;\ 2]$ par $f(x) = x^3 - 2x + 1$.

1. **Par calcul mental ou par calcul posé**, recopier et compléter le tableau suivant :

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2
y									

2. Représenter graphiquement la fonction *f* sur papier millimétré.

★ Exercice 1.12

Soient la fonction *f* définie sur $[-1\ ;\ 2]$ par $f(x) = -2(x-1)^2$, et $\mathcal{C}$ la courbe associée.

Soient la fonction *g* définie sur $[-1\ ;\ 2]$ par $g(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2$, et $\mathcal{C}'$ la courbe associée.

1. On donne (ou on rappelle) que $0{,}5^2 = 0{,}25$ et que $0{,}5^3 = 0{,}125$.
   Par calcul mental ou par calcul posé, recopier et compléter le tableau de valeurs :

x	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2
$f(x)$							
$g(x)$							

2. Donner deux points d'intersections de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.
3. Tracer $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.

★ Exercice 1.13

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x + 1$.

1. Calculer $f(x) + 1$.
2. Calculer $f(x+1)$.

★ Exercice 1.14

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3x^2-5x+1$.

1. Calculer $f(2a)$.

2. Calculer $f(3b-1)$.

Fonctions affines

★ Exercice 1.15

Déterminer les racines des fonctions affines suivantes :

1. $f(x)=x-2$ **2.** $f(x)=2x+1$ **3.** $f(x)=3x-2$

4. $f(x)=-4x+1$ **5.** $f(x)=-3x-5$ **6.** $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}$

★ Exercice 1.16

Déterminer les variations des fonctions de l'exercice 15.

★ Exercice 1.17

Déterminer le signe de chacune des fonctions de l'exercice 15.

★ Exercice 1.18

On considère la fonction affine *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x+3$.

1. Établir le sens de variation de *f*.
2. Dresser le tableau de signe de *f*.
3. Construire la représentation graphique de la fonction *f* dans le repère (unité : le cm).

Études de signe

★ Exercice 1.19

1. Étudier le signe de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 1$.

2. Étudier le signe de la fonction *g* définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x + 1$.

3. En déduire le signe du produit $(3x-1)(2x+1)$.

★ Exercice 1.20

1. Étudier le signe du produit $(2x+3)(2-3x)$.

2. En déduire les solutions de l'inéquation $(2x+3)(2-3x) < 0$.

➢ Notion de réunion d'intervalles.

★ Exercice 1.21

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 6x^2 + 13x - 5$.

1. Développer le produit $(3x-1)(2x+5)$.

2. Déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

➢ Notion de développement d'une expression algébrique.

★ Exercice 1.22

1. Étudier le signe du quotient $\dfrac{9-4x}{11-5x}$.

2. a) Étudier le signe du quotient $\dfrac{2x+3}{2-x}$.

b) En déduire les solutions de l'inéquation $\dfrac{2x+3}{2-x} \leq 0$.

Résolution d'équations et d'inéquations

★ Exercice 1.23

Résoudre les équations suivantes :

1. $x+7=19$ **2.** $x-5=-2$ **3.** $0,3x=6$ **4.** $-2x=6$

5. $\dfrac{x}{9}=8$ **6.** $3x+4=12$ **7.** $\dfrac{4x-5}{x+4}=2$ **8.** $\dfrac{3}{4}x=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}$

9. $2(3x-1)-5(x-6)=2$ **10.** $(x+3)^2+5x-2=x^2-1$

11. $(x+1)(x+2)=0$ **12.** $(2x+1)(4x-3)=0$ **13.** $\dfrac{x+4}{x-1}=0$

14. $\dfrac{2x-1}{x+3}=\dfrac{5}{4}$ **15.** $x+3=\dfrac{2x-1}{x-1}$

★ Exercice 1.24

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $-2x+3\geq 0$ **2.** $4x-5\leq 2x+2$ **3.** $8(3x-5)-5(2x-8)\leq 4(3x-1)+16$

4. $1-\dfrac{-3x+1}{3}\leq\dfrac{4x-1}{2}-7$ **5.** $\dfrac{5x(x-2)}{4x+1}\leq 0$ **6.** $\dfrac{x+4}{5-x}<2$