

DS 2 Mathématiques
Concours Blanc
E.C.P. 1
Sujet 2

Notre plus grande gloire n'est pas de ne jamais tomber, mais de nous relever à chaque fois que nous tombons.

Confucius

Exercice 1

1. Calculer :

a) $-3+1$

b) $-4-2+3$

c) $2-2\times(-5)$

2. Calculer (détailler les calculs et donner le résultat sous forme irréductible) :

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$

c) $\frac{8}{9}\times\frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{10}\div\frac{6}{5}$

3. Citer les trois identités remarquables.

4. Développer les expressions suivantes :

a) $2(3x+1)-3(2x-1)$

b) $(2x+1)(3x-2)$

c) $(2x-3)^2$

5. Factoriser :

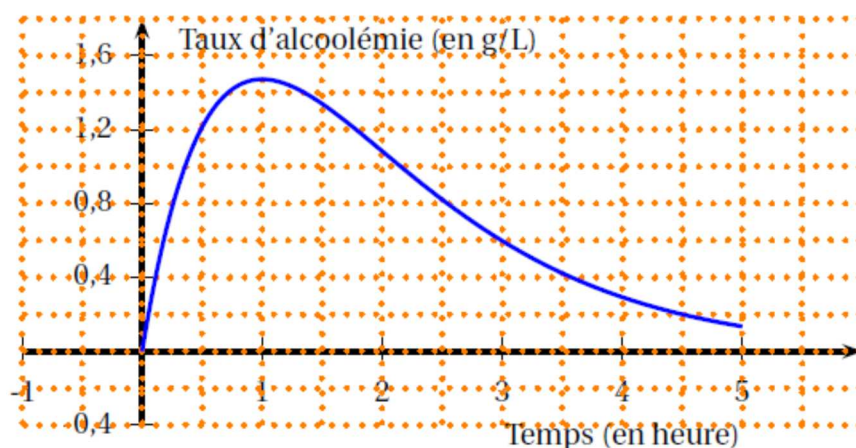
a) $3x^2+15x$

b) x^2-49

c) x^2+4x+4

Exercice 2

Bertrand boit l'apéro à 19h30 chez des amis qui l'ont invité à manger, et ne boit plus d'alcool par la suite. L'évolution de son taux d'alcoolémie dans le sang (exprimé en grammes d'alcool par litre de sang) pendant les cinq heures suivant l'absorption est donnée par la courbe ci-dessous.



1. Donner une approximation du taux d'alcoolémie maximal et du temps au bout duquel il est atteint.
2. Depuis le 15 septembre 1995, le taux maximum d'alcoolémie autorisé au volant est 0,5 g/L. À partir de quelle heure Bertrand aura-t-il légalement la possibilité de reprendre sa voiture pour rentrer chez lui ?

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -3x + 4$.

Résoudre $f(x) = 0$ puis déterminer le signe de $f(x)$.

Exercice 4

1. La suite (u_n) est définie pour tout n par : $u_n = 4^n - 3^n$. Calculer u_0 et u_2 .
2. La suite (v_n) est définie par $v_0 = 5$, et pour tout n par : $v_{n+1} = 2v_n - 3$. Calculer v_1 et v_2 .
3. La suite (w_n) est définie par $w_0 = 1$, et pour tout n par : $w_{n+1} = \frac{1}{3}w_n + n - 2$.

Calculer w_1 et w_2 .

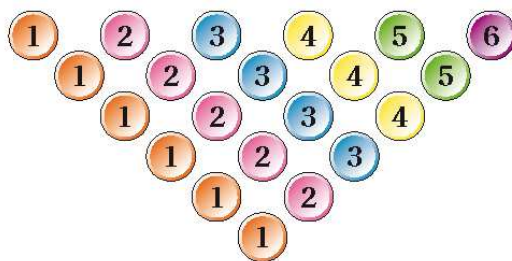
4. La suite (u_n) est définie par son premier terme $u_0 = \frac{1}{2}$ et chaque terme est la racine carrée du double du précédent. Calculer u_2 .
5. Soit (u_n) la suite de nombres réels définie par la relation de récurrence suivante :
$$\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = -1, u_2 = 0. \\ \text{Pour tout entier naturel } n : u_{n+3} = 2u_{n+2} - u_{n+1} + u_n. \end{cases}$$

Calculer u_3 et u_4 .

Exercice 5

Un sac contient les jetons numérotés ci-dessous.

On pioche au hasard un jeton du sac.



1. Quelle est la probabilité de piocher un jeton numéro 1 ?
2. Un jeu est organisé ainsi : pour une mise de trois euros, on gagne autant d'euros qu'indiqué sur le jeton.
Quelle est la probabilité de gagner au moins deux euros (mise comprise) ?

Exercice 6

1. La suite (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2.

Calculer u_{30} .

2. La suite (v_n) est la suite arithmétique définie par $v_1 = 2$ et $v_{n+1} = v_n - 3$.

Donner le terme général de v_n .

3. Calculer la raison de la suite arithmétique (w_n) telle que $w_5 = 1$ et $w_{11} = -17$.

4. Calculer la somme : $1 + 2 + 3 + \dots + 200$.

Exercice 7

Une enquête portant sur 100 clients d'une grande surface spécialisée en informatique a montré que 60 clients ont effectué un achat et que 80 clients avaient bénéficié des conseils d'un vendeur.

De plus 60 % des clients qui ont bénéficié des conseils d'un vendeur ont effectué un achat.

	Ont effectué un achat	N'ont pas effectué d'achat	Total
Ont bénéficié des conseils d'un vendeur	48		
N'ont pas bénéficié des conseils d'un vendeur			
Total			100

1. a) Expliquer comment a été obtenu le nombre 48.
b) **Recopier** et compléter le tableau précédent.
2. On interroge au hasard un des clients sur lequel a porté l'enquête et on admet qu'il y a équiprobabilité.
On considère les événements suivants :
A : « le client a bénéficié des conseils d'un vendeur »,
B : « le client a effectué un achat ».
- a) Donner sans justification les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
b) Définir par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
c) Calculer les probabilités $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$ des événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
3. On interroge au hasard un des clients qui a effectué un achat et on admet qu'il y a équiprobabilité. Quelle est la probabilité qu'il ait bénéficié des conseils d'un vendeur ?

Exercice 8

1. a) Résoudre l'équation $9x^2 + 6x + 1 = 0$.
b) Factoriser $9x^2 + 6x + 1$.
2. Déterminer le signe de $x^2 + 3x - 10$.
3. Déterminer le signe de $-x^2 - 2x - 5$.
4. On considère l'équation $x^2 - 2ax + 16$ où a est un réel.
a) Déterminer le discriminant en fonction de a .
b) Déterminer pour quelles valeurs de a l'équation $x^2 - 2ax + 16$ possède une seule solution.

Exercice 9

On donne $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,6$; $P(A \cup B) = 0,68$.

A et B sont-ils indépendants ?

A et B sont-ils incompatibles ?

Exercice 10

Dans cet exercice, on considère deux suites (x_n) et (y_n) définies par :

$$x_0 = 1, y_0 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} x_{n+1} = 3x_n + y_n - 1 \\ y_{n+1} = -2x_n + 4 \end{cases}.$$

1. Calculer x_1 et y_1 .

On introduit la suite (r_n) définie par $r_n = x_n + y_n$ pour tout entier naturel n .

2. Calculer r_0 .
3. Calculer $r_{n+1} - r_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$. En déduire la nature de la suite (r_n) .
4. En déduire l'expression de $x_n + y_n$ en fonction de n .

Exercise 11

Pour toute traduction (mot ou phrase), venir au bureau en silence et montrer l'expression que l'on souhaite être traduite.

A company sells clothes. The after-sale department has to deal with two main types of defects; the first related to the colour, the other one to the shape (= *forme*).

A statistical study has shown that:

- The probability that a randomly chosen clothe has a colour defect is 0.1.
- When a cloth has a colour defect, the probability that it also has a shape defect is 0.2.
- When a cloth has no colour defect, the probability that it has a shape defect is 0.1.

We denote C the event: « the clothe has a colour defect » and $\bar{C}$ its complement event.

We denote S the event: « the clothe has a shape defect » and $\bar{S}$ its complement event.

In this exercise, the probabilities will be given in their decimal form.

1.
 - a) Work out the following probabilities: $P_{\bar{C}}(S)$, $P_C(S)$ and $P(C)$.
 - b) Draw up a probability tree diagram representing this situation.
2. A clothe is chosen at random.
 - a) Calculate the probability that it has both defects.
 - b) Calculate $P(S)$, the probability that it has a shape defect.
 - c) Are the events S and C independent? Justify.
3. A customer randomly chooses three clothes. Their colour is either blue or yellow.

We suppose the probability a cloth is blue (event denoted B) is 0,8.

 - a) Draw up a probability tree diagram representing this new situation.
 - b) Calculate the probability that only one of them is blue.