

Devoir 10

Exercice 1

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 6x + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 6x + 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

$$2. f'(x) = 2x - 6$$

$$3. \quad 2x - 6 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq 6$$

$$\Leftrightarrow x \geq 3$$

On en déduit :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variations de f	$+\infty \searrow -8 \nearrow +\infty$		

$$f(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 1 = 9 - 18 + 1 = -8.$$

Exercice 2

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 + 3x^2 - 9x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 3x^2 - 9x = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$2. f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$$

$$3. a = 3, b = 6, c = -9. \Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 3 \times (-9) = 36 + 108 = 144 > 0$$

Il y a deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 - \sqrt{144}}{2 \times 3} = \frac{-6 - 12}{6} = -3 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 + \sqrt{144}}{2 \times 3} = \frac{-6 + 12}{6} = 1$$

$f'(x)$ est du signe de 3 à l'extérieur des racines. On en déduit :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
Signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
Variations de f	$-\infty \nearrow 27 \searrow -5 \nearrow +\infty$				

$$f(-3) = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) = -27 + 27 + 27 = 27 \text{ et } f(1) = 1^3 + 3 \times 1^2 - 9 \times 1 = -5.$$