

Test « Théorème de la bijection, suites arithmétiques et suites arithmético-géométriques »

Exercice 1 :

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, dont le tableau de variation est :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$var f$	$+\infty$	$\searrow -1$	$\nearrow 2$	$-\infty$

Démontrer que l'équation $f(x) = 3$ possède une seule solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2 :

1. On considère la suite géométrique (u_n) de raison 3 et de terme initial $u_0 = 2$.

Déterminer u_n .

2. La suite (v_n) est définie par : $\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = 5v_n \end{cases}$. Déterminer l'écriture explicite de v_n .

Exercice 3 :

On considère la suite définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

1. Quelle est la nature de cette suite ? Déterminer son point fixe.
2. Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n + 3$. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
3. Déterminer v_n . En déduire l'écriture explicite de u_n .