

Test « Fonction exponentielle »

Correction

1. $e^a \times e^b = e^{a+b}$, $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$, $(e^x)^5 = e^{5x}$.

2. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ par croissance comparée

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ par croissance comparée

3. a)

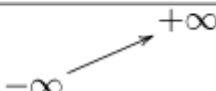
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x = -\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites, } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x = +\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites, } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

b) $f'(x) = e^x + 3$.

c) $f'(x) \geq 0$ par somme de termes positifs.

On en déduit :

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	
Variations de f		

4. a)

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x = +\infty \end{array} \right\} \text{par somme de limites, } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} -4x = -\infty \end{array} \right\} \text{par croissance comparée (somme), } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

b) $f'(x) = e^x - 4.$

c) $e^x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq \ln 4 \Leftrightarrow x \geq 2 \ln 2.$

On en déduit :

x	$-\infty$	$\ln(4)$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	0	$+$
Variations de f	$+\infty \searrow \quad \quad \nearrow +\infty$ $f(\ln(4))$		

$$f(\ln(4)) = e^{\ln(4)} - 4\ln(4) = 4 - 8\ln(2).$$