Suites réelles – Suites arithmétiques
Exercices

Calculs de termes

★ Exercice 3.1

1. La suite (u_n) est définie par tout *n* par : $u_n = 2n - 3$. Calculer u_0, u_1 et u_2.

2. La suite (v_n) est définie par tout *n* par : $v_n = 2n^2 - 3n + 1$. Calculer v_0, v_1 et v_2.

★ Exercice 3.2

1. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 4$, et pour tout *n* par : $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Calculer u_1 et u_2.

2. La suite (v_n) est définie par $v_1 = 2$, et pour tout *n* par : $v_{n+1} = 3v_n - 2$. Calculer v_2 et v_3.

★ Exercice 3.3

On considère la suite telle que $u_1 = -1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n}$.

Calculer u_2, u_3 et u_4.

★ Exercice 3.4

Calculer les cinq premiers termes des suites définies par :

1. $\begin{cases} u_0 = 1 \; ; \; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \end{cases}$; **2.** $\begin{cases} u_0 = 1 \; ; \; u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 12 - u_n - u_{n-1} \end{cases}$

★ Exercice 3.5

Soit *u* la suite définie, pour tout entier naturel *n* par : $u_n = \dfrac{1}{2n+1}$.

Calculer, en fonction de *n*, u_{n+2}, u_{2n}, u_{n^2} et, pour $n \geq 3$, u_{n-3}.

★ Exercice 3.6

1. La suite (u_n) est définie par tout *n* par : $u_n = 3^n - 2^n$. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. La suite (v_n) est définie par $v_0 = 6$, et pour tout *n* par : $v_{n+1} = 2v_n - 5$. Calculer v_1 et v_2.
3. La suite (w_n) est définie par $w_0 = 1$, et pour tout *n* par : $w_{n+1} = 2w_n + n - 1$.

   Calculer w_1 et w_2.

   Parcours rouge : même question avec $w_{n+1} = \frac{1}{3}w_n + n - 2$.

★ Exercice 3.7

1. On définit la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = 2^{n+1} - 1$.

   Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. On définit la suite (v_n) sur $\mathbb{N}$ par : $v_0 = 0$ et, pour tout entier $n \geq 1$, $v_{n+1} = 2v_n + 1$.

   Calculer v_1, v_2, v_3 et v_4.
3. Parcours rouge : Conjecturer une relation entre la suite (u_n) et la suite (v_n) puis conjecturer une expression explicite de v_n.

★ Exercice 3.8

On considère la suite (u_n) dont les termes vérifient, pour tout nombre entier $n \geq 1$:

$nu_n = (n+1)u_{n-1} + 1$ et $u_0 = 1$.

Le tableau suivant donne les dix premiers termes de cette suite.

u_0	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

1. Détailler le calcul permettant d'obtenir u_{10}.
2. Conjecturer une formule explicite pour u_n. Que vaudrait u_{2017} ?

Suites arithmétiques

★ Exercice 3.9

Déterminer les formules explicites des suites arithmétiques suivantes :

1. $u_0 = 2$ et $a = 5$.

2. $u_0 = -2$ et $a = 3$.

3. $u_0 = 1$ et $a = -2$.

4. $u_0 = 0$ et $a = 4$.

5. $u_1 = 1$ et $a = 3$.

★ Exercice 3.10

Pour chacune des suites ci-dessous :
- reconnaître la nature de la suite,
- déterminer u_n en fonction de *n*.

1. $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ **3.** $\begin{cases} u_1 = -7 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$

★ Exercice 3.11

1. (u_n) est une suite arithmétique de raison –2 et de terme initial $u_0 = 3$. Calculer u_{50}.

2. (u_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et de terme initial $u_1 = -7$. Calculer u_{103}.

3. Parcours vert :
(u_n) est une suite arithmétique telle que $u_5 = 6$ et $u_{35} = -3$. Calculer sa raison.

★ Exercice 3.12

(u_n) est une suite arithmétique telle que $u_6 = 36$ et $u_9 = 81$.

1. Calculer la raison de (u_n).

2. Déterminer u_{20}.

★ Exercice 3.13

La suite $\left(u_n\right)$ est définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = \left(n+1\right)^2 - n^2 + 7$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_3.

2. Cette suite est-elle arithmétique ?

Somme de termes

★ Exercice 3.14

Calculer les sommes suivantes :

1. $1+2+3+ ... +1\,000$

2. Parcours vert : $101+102+ ... +200$

★ Exercice 3.15

1. $\left(u_n\right)$ est une suite arithmétique de raison 2 et de terme initial $u_0 = 3$. Calculer la somme de ses 100 premiers termes.

2. $\left(u_n\right)$ est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et de terme initial $u_1 = 0$.

Calculer $u_1 + ... + u_{29}$.

3. Parcours rouge : calculer $\sum_{n=1}^{200}\left(2n+5\right)$ de deux façons différentes.

Variations d'une suite

★ Exercice 3.16

1. Déterminer le sens de variation de la suite arithmétique (u_n) de raison –2 et de terme initial $u_0 = -5$.

2. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par $u_1 = 1$ et, pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n + n^2 + n$.

3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout n de $\mathbb{N}^*$ par $u_n = (n-1)^2$

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \geq 2$ par $u_n = \dfrac{n^2+1}{n-1}$.

a) Démontrer que, pour tout nombre entier naturel $n \geq 2$: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(n+1)(n-2)}{n(n-1)}$.

b) On considère la fonction f définie sur $]1\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{(x+1)(x-2)}{x(x-1)}$.

Dresser le tableau de signe de $f(x)$.

c) Calculer u_2 et u_3. En déduire que la suite (u_n) est strictement croissante en précisant à partir de quel indice.