Suites réelles - Suites arithmétiques

I. Généralités sur les suites

1. Définition, notation

2. Mode de génération d'une suite : suite définie par une relation explicite

3. Mode de génération d'une suite : suite définie par une relation de récurrence

★ **Exercice 1 :**

Dans chacune des situations ci-dessous :
– Définir la suite soit par une formule explicite, soit par une relation de récurrence ;
– Calculer les trois premiers termes ;

1. Antoine possède 100 euros. Chaque mois, il augmente cette somme de 15 euros.

2. Le terme initial est 3 et chaque terme est égal à l'inverse du précédent, augmenté de 2.

3. La population d'une ville est de 50 000 habitants. Chaque année, la population, vieillissante, décroît de 5 %, mais dans le même temps, elle enregistre l'arrivée de 3 000 nouvelles personnes.

Correction :

1. Soit u_n la somme au mois *n*, on a : $\begin{cases} u_1 = 100 \\ u_{n+1} = u_n + 15 \end{cases}$.

2. Soit u_n le *n*-ième terme : $\begin{cases} u_0 \text{ ou } u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + 2 \end{cases}$.

3. Soit u_n la population à l'année *n*, on a : $\begin{cases} u_1 = 50000 \\ u_{n+1} = 0{,}95u_n + 3000 \end{cases}$.

4. Représentation graphique

II. Suites arithmétiques

1. Définition

★ **Exercice 2 :**

On considère la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $a = -3$.

1. Calculer ses 5 premiers termes.

2. Placer les points dans un repère orthonormé. Que constate-t-on ?

Correction :

1. $u_0 = 5$

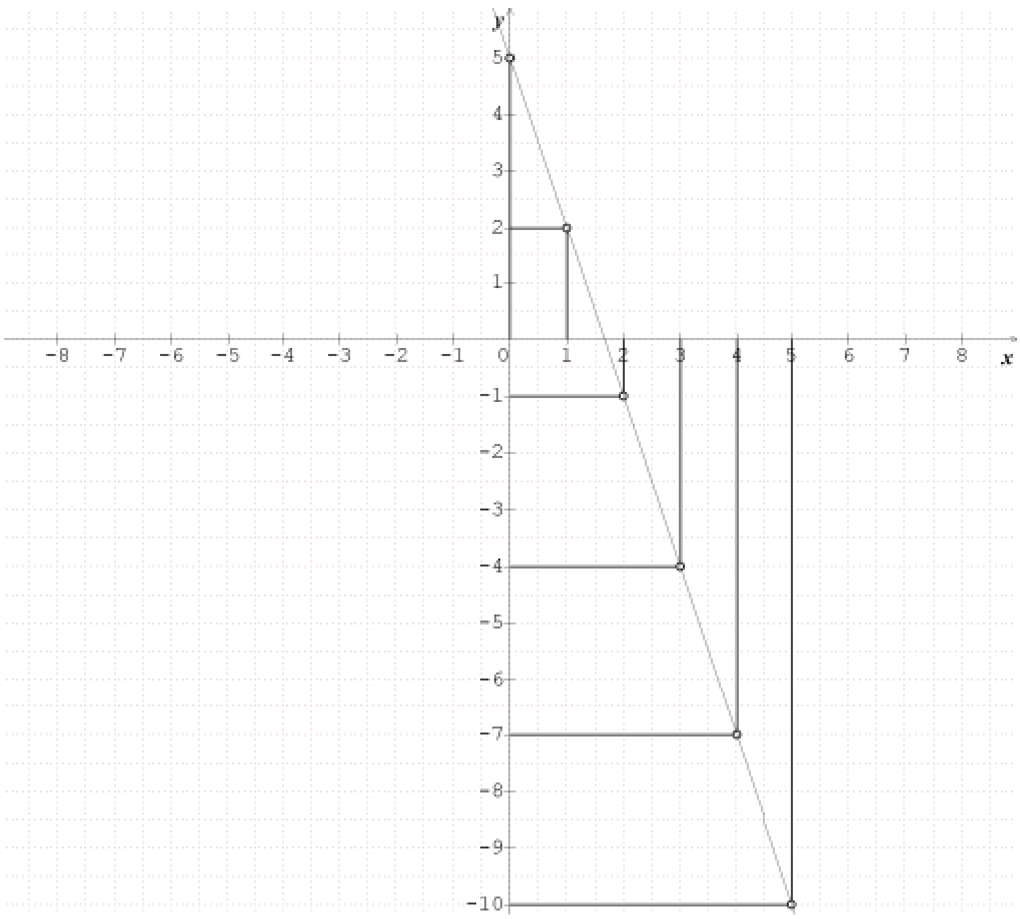
$u_1 = u_0 + a = 5 - 3 = 2$.

$u_2 = u_1 + a = 2 - 3 = -1$.

$u_3 = u_2 + a = -1 - 3 = -4$.

$u_4 = u_3 + a = -4 - 3 = -7$

2.



Il semble que les points sont alignés.

2. Calcul du terme de rang n

★ Exercice 3 :

1. Calculer le 50e terme de la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison 3.
2. Calculer le 2017e terme de la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 237,8$ et de raison $-0,4$.

Correction :

1. $\begin{cases} u_1 = 12 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases} \Leftrightarrow u_n = a(n-1) + u_1 = 3(n-1) + 15 = 3n - 3 + 12 = 3n + 9$.

On a donc : $u_{50} = 3 \times 50 + 9 = 150 + 9 = 159$

(on avait aussi $u_{50} = 3 \times 49 + 12 = 147 + 12 = 159$).

2. $\begin{cases} u_0 = 237,8 \\ u_{n+1} = u_n - 0,4 \end{cases} \Leftrightarrow u_n = an + u_0 = -0,4n + 237,8$.

On a donc : $u_{2017} = -0,4 \times 2017 + 237,8 = -806,8 + 237,8 = 569$.

3. Sens de variation

4. Reconnaître une suite arithmétique

5. Une somme particulière

★ Exercice 4 :

1. Calculer $\sum_{k=7}^{13} k^3$.
2. Écrire la somme S en utilisant la notation Σ : $S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20$.

Correction :

1. $\sum_{k=7}^{13} k^3 = 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 + 11^3 + 12^3 + 13^3$.

2. $S = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 = \sum_{n=0}^{6} (3n + 2)$.