

## Je fais le point sur mes connaissances

### 1. Calculer une expression littérale

#### a) À la main

(1) Calculer pour  $x = 5$

$$A = x^2 \qquad B = 3x + 4 \qquad C = (2x + 3)^2 \qquad D = 3x^2 + 2x + 4$$

(2) Calculer  $x = -3$  pour

$$E = -7x + 5 \qquad F = 2x^2 - 4x + 5 \qquad G = (5 + 4x)(7x - 8)$$

#### b) Avec une calculatrice

Avec une calculatrice, effectuer les calculs de la question a) et vérifier les résultats.

#### c) Avec un tableur

Soit  $E = 2x^2 + 3x + 1$ .

On veut calculer E pour toutes les valeurs entières de  $x$  de 1 à 50.

(1) Comment faire afficher dans la colonne A les nombres entiers de 1 à 50 ?

	A	B	C
1	x	$2x^2 + 3x + 1$	
2	1		
3	2		
4	3		
⋮			
⋮			
⋮			
51	50		

(2) Entrer dans la cellule B2 une formule qui, recopiée de la ligne 3 à la ligne 51, permet de compléter la colonne B.

### 2. Développer et réduire

#### a) Réduire si possible.

$$\begin{array}{lll} (1) A = 6x + 2x & B = 6 \times 2x & C = 6 + 2x \\ (2) D = 6x^2 + 2x^2 & E = 6x + 2x^2 & F = 6x \times 2x \qquad G = (3x)^2 \\ (3) H = 5a^2 + 7a + 3 + 2a^2 + 3a + 8 & & I = -8b^2 + 7b - 3 + 2b^2 - 4b - 7 \end{array}$$

#### b) Développer et réduire.

$$\begin{array}{lll} (1) A = 3(2x + 5) & B = 2(6 - 3x) & C = -4(-2x + 5) \\ (2) D = 3(2y + 4) + 5(4y + 2) & E = 4(2y - 3) - 3(5 - 6y) & \\ F = (5y + 6) + (4y - 2) & G = (2y - 5) - (5y + 3) & \\ (3) H = (2x + 4)(4x + 2) & I = (-4x + 6)(2x - 3) & \\ J = (2x + 3)(2x + 3) & K = (3x - 4)(3x - 4) & \end{array}$$

### 3. Déterminer si deux expressions littérales sont égales

a) Soit  $A = 3x^2 - 2x + 4$  et  $B = 13x - 14$ .

(1) Pour  $x = 2$ , calculer A puis calculer B.

(2) Pour  $x = 3$ , calculer A puis calculer B.

(3) A-t-on  $A = B$  quelle que soit la valeur de  $x$  ?

b) Les expressions C et D sont-elles égales ?

$$C = 5(2x + 3) + 4x \qquad D = 7(2x + 1) + 8$$

### 4. Établir une formule

a) Soit  $a$  un nombre. Le multiplier par 5 et ajouter 3. Écrire le résultat en fonction de  $a$ .

b) Sami achète  $x$  fleurs à 2 euros l'une. Olivia achète 10 fleurs de plus que Sami. Elle les paye 2,50 euros l'une.

(1) Écrire en fonction de  $x$  la dépense de Sami.

(2) Écrire en fonction de  $x$  le nombre de fleurs achetées par Olivia.

(3) Écrire en fonction de  $x$  la dépense d'Olivia.

Exercices 16 à 18 p. 74

Exercices 19 à 30 p. 74

Exercices 31 à 34 p. 75

Rappels 18 et 19 p. 305

Exercices 35 à 39 p. 75



Fiches  
logiciels



Activités mentales  
Exercices rituels

# Activités



Dans ce chapitre, j'apprends à :

Factoriser  
une expression  
littérale

Développer  
une expression  
littérale

Résoudre  
des problèmes

## Factoriser une expression littérale

Connaissance 1  
p. 71

Méthode 1 p. 72



Activités mentales  
Exercices rituels

Connaissance 2  
p. 71

Méthode 2 p. 73



Activités mentales  
Exercices rituels

Connaissance 2 p. 71

### 1. Somme ou produit ?

► Exercices 40 et 41 p. 76

Lire les Connaissances 1 page 71, puis répondre à la question :

Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

- (1)  $2a + 7$       (2)  $3b(2b + 8)$       (3)  $(4c + 5)(2c + 6)$   
(4)  $(4x + 2)^2$       (5)  $36x^2 + 24x + 4$       (6)  $(2x + 5)(3x + 4) + (2x + 5)(5x + 2)$

### 2. Factoriser en utilisant la distributivité

► Exercices 42 à 44 p. 76

Factoriser une somme, c'est la transformer en produit.

Par exemple, grâce à la distributivité on a, quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$ab - ac = a(b - c)$$

Factoriser les expressions suivantes.

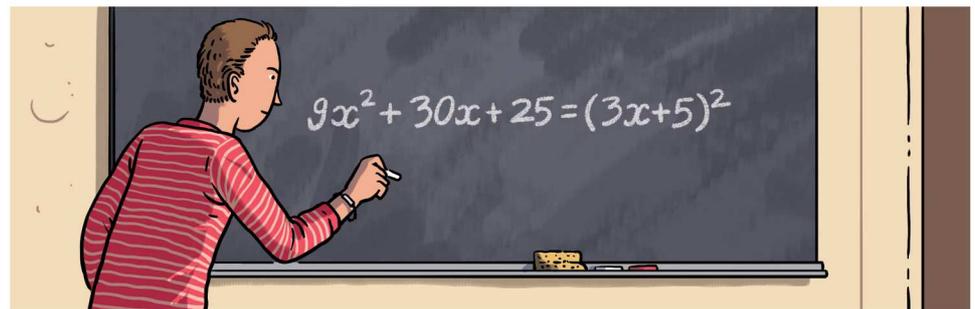
$A = 3x^2 + 5x$        $B = 9x^2 - 7x$        $C = 11x + 3x^2$        $D = 4x^2 + x$

### 3. Factoriser en utilisant une nouvelle formule

► Exercices 45 à 47 p. 76

a) Factoriser, si possible, l'expression suivante :  $9x^2 + 30x + 25$

b) En réponse à la question a), Mattéo a écrit au tableau l'égalité :



(1) Mattéo a-t-il factorisé ?      (2) Sa factorisation est-elle juste ?

c) Le professeur : « Comment as-tu fait ? »

Mattéo : « J'ai utilisé la formule  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ . »

(1) Cette formule est-elle exacte ?

(2) Comment Mattéo a-t-il utilisé cette formule pour factoriser ?

d) Utiliser, si possible, la formule donnée par Mattéo pour factoriser :

$A = 25x^2 + 20x + 4$        $B = 4x^2 + 18x + 81$

$C = 36 + 12x + x^2$        $D = 24x + 9x^2 + 16$

Connaissance 2 p. 71

Méthode 2 p. 73



Activités mentales  
Exercices rituels

## 4. Avec un signe moins

► Exercices 48 à 51 p. 76

a) Voici d'autres factorisations. Vérifier si elles sont justes ou fausses.

$$(1) 4x^2 - 6x + 9 = (2x - 3)^2 \quad (2) 4x^2 + 12x - 9 = (2x - 3)^2$$

b) Le professeur demande d'écrire sous une factorisation juste, une formule qui la justifie. Léa a commencé à l'écrire.

$9x^2$	$- 30x$	$+ 25 = (3x - 5)^2$
$\dots - \dots$	$+ b^2 = (a - \dots)^2$	

Compléter la formule et vérifier qu'elle est exacte.

c) Utiliser, si possible, la formule écrite ci-dessus pour factoriser :

$$A = 64x^2 - 32x + 4 \quad B = 4x^2 - 6x + 9 \quad C = 25x^2 + 20x - 4$$

Connaissance 2 p. 71

Méthode 2 p. 73



Activités mentales  
Exercices rituels

## 5. Factoriser une différence de deux carrés

► Exercices 52 à 57 p. 76

Le professeur a projeté au tableau une nouvelle formule.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

a) La formule est-elle exacte ?

b) Utilisez-la, si possible, pour factoriser les expressions suivantes :

$$A = 100x^2 - 4 \quad B = 4x^2 - 81 \quad C = 16x^2 + 9 \quad D = 49 - x^2$$

c) Utiliser la formule ci-dessus pour calculer mentalement  $18^2 - 8^2$ .

Méthode 1 p. 72



Activités mentales  
Exercices rituels

## 6. Factoriser à un autre niveau !

► Exercices 58 à 63 p. 77

Factoriser, si possible, les expressions suivantes.

a)  $A = (3x + 5)(6x + 7) + (3x + 5)(4x + 2)$

$B = (5x - 2)^2 + (5x - 2)(3x - 4)$

$C = (8x - 5)(6x + 3) + (8x - 5)$

$D = (4x + 5)(2x - 3) - (4x + 5)(5x + 2)$

$E = (4x + 5)^2 - (4x + 5)$

b)  $F = (5x + 4)^2 - (3x - 2)^2$

$G = (2x + 8)^2 - 36$

# Développer une expression littérale

Connaissance 3 p. 71



Activités mentales  
Exercices rituels

## 7. Carré et somme, différence

► Exercices 64 à 68 p. 77

a) Écrire sous forme développée et réduite.

$$A = (3 + x)^2$$

$$B = (3 - x)^2$$

$$C = (3 \times x)^2$$

b) Compléter les égalités suivantes.

$$(a + b)^2 = \dots \square \dots \square \dots \quad (a - b)^2 = \dots \square \dots \square \dots \quad (a \times b)^2 = \dots \times \dots$$

c) Développer les expressions suivantes en utilisant les égalités ci-dessus.

$$A = (5 + x)^2$$

$$B = (5 - x)^2$$

$$C = (5x)^2$$

Connaissance 3 p. 71



Activités mentales  
Exercices rituels

## 8. Développer avec une nouvelle formule

► Exercices 69 à 73 p. 78

a) Développer et réduire l'expression suivante :  $(a + b)(a - b)$ .

b) Utiliser l'égalité pour trouver le résultat développé et réduit de :

$$A = (6x + 4)(6x - 4)$$

$$B = (8x - 3)(8x + 3)$$

$$C = (3 + 5x)(3 - 5x)$$

## 9. Développer et respecter les priorités

► Exercices 74 à 80 p. 78

Soit  $A = 10x^2 - (2x + 3)^2$ .

a) Calculer A pour  $x = 2$ .

b) Développer et réduire A.

c) Calculer l'expression trouvée à la question b) pour  $x = 2$  et comparer le résultat à la réponse trouvée à la question a).

# Résoudre des problèmes

## 10 Problèmes

► Exercices 81 à 97 p. 79

## 1 Somme et produit

Exercices 40 et 41 p. 76

### DÉFINITION

Une expression littérale est une **somme** si, pour calculer cette expression pour une valeur donnée de la variable, la dernière opération effectuée est une **addition** (ou une soustraction). C'est un **produit** si la dernière opération effectuée est une multiplication.

### DÉFINITION

Factoriser une **somme**, c'est la transformer en **produit**.  
Développer un **produit**, c'est le transformer en **somme**.

## 2 Factoriser

Exercices 42 à 63 p. 76

Pour factoriser une somme, on peut utiliser l'une de ces quatre propriétés.

### PROPRIÉTÉ

Quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$ab + ac = a(b + c)$$

Distributivité

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Identities remarquables

### → Exemples :

Factoriser les expressions A, B, C et D.

$$A = 3x^2 + 5x$$

$$B = 9x^2 + 12x + 4$$

$$C = 4x^2 - 12x + 9$$

$$D = 25x^2 - 49$$

$$A = x(3x + 5)$$

$$B = (3x + 2)^2$$

$$C = (2x - 3)^2$$

$$D = (5x + 7)(5x - 7)$$

## 3 Développer

Exercices 64 à 79 p. 77

Pour développer, on peut utiliser l'une de ces quatre propriétés.

### PROPRIÉTÉ

Quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  :

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Distributivité

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Identities remarquables

### → Exemples :

Développer A, B, C et D.

$$A = (3x - 4)(2x + 6)$$

$$B = (3x + 5)^2$$

$$C = (3x - 10)^2$$

$$D = (7x + 2)(7x - 2)$$

$$A = 6x^2 + 18x - 8x - 24$$

$$B = 9x^2 + 30x + 25$$

$$C = 9x^2 - 60x + 100$$

$$D = 49x^2 - 4$$

$$A = 6x^2 + 10x - 24$$

**Remarque :** Dans l'expression  $6x^2 + 10x - 24$ , on dit que 6 est le coefficient de  $x^2$  et 10 le coefficient de  $x$ .

## Factoriser une expression littérale

Méthode 1

### En utilisant la distributivité

>> **Exercice 1** : Factoriser l'expression  $A = x^2 + 4x$ .

### ÉTAPES



#### a) Pour chercher

- Quels sont les termes de cette somme ?
- Dans ces termes, y a-t-il un facteur commun ?
- Je peux appliquer la formule :  $ab + ac = a(b + c)$



#### b) Pour rédiger

- J'écris l'expression donnée.
- J'écris les égalités les unes en dessous des autres.

#### a) Ma recherche

- Les termes sont  $x^2$  et  $4x$ .
- Le facteur commun est  $x$ .
- Avec  $a = x$ ,  $b = x$  et  $c = 4$ .

#### b) Ma rédaction

- $A = x^2 + 4x$
- $A = x \times x + 4x$
- $A = x(x + 4)$

>> **Exercice 2** : Factoriser l'expression :  
 $B = (4x + 3)(8x + 7) - (4x + 3)(5x - 2)$ .

### ÉTAPES



#### a) Pour chercher

- Quels sont les termes de cette différence ?
- Dans ces termes, y a-t-il un facteur commun ?
- Je peux appliquer la formule :  $ab + ac = a(b + c)$



#### b) Pour rédiger

- J'écris l'expression donnée.
- J'écris les égalités les unes en dessous des autres.

#### a) Ma recherche

- Les termes sont  $(4x + 3)(8x + 7)$  et  $(4x + 3)(5x - 2)$ .
- Le facteur commun est  $(4x + 3)$ .
- Avec  $a = (4x + 3)$ ,  $b = (8x + 7)$  et  $c = (5x - 2)$ .

#### b) Ma rédaction

- $B = (4x + 3)(8x + 7) - (4x + 3)(5x - 2)$
- $B = (4x + 3)[(8x + 7) - (5x - 2)]$
- $B = (4x + 3)(8x + 7 - 5x + 2)$
- $B = (4x + 3)(3x + 9)$

### EXERCICES D'APPLICATION

Pour les exercices ① à ⑧, factoriser.

①  $A = x^2 + 6x$

$B = 9x - x^2$

②  $C = x^2 - 8x$

$D = 8x + x^2$

③  $E = 5x^2 + 4x$

$F = 3x - 7x^2$

④  $G = 7x^2 - 2x$

$H = 5x - 3x^2$

⑤  $A = (2x + 5)(9x + 6) - (2x + 5)(5x - 3)$

⑥  $B = (6x + 2)(4x + 3) + (5x + 7)(4x + 3)$

⑦  $C = (3x + 6)(3x + 5) - (3x + 6)(-7x + 4)$

⑧  $D = (4 - 7x)(-3x - 8) - (4 - 7x)(-6x - 2)$

Méthode 2

## En utilisant une identité remarquable

>> **Exercice 1** : Factoriser l'expression  $A = 9x^2 + 12x + 4$ .

### ÉTAPES



#### a) Pour chercher

- Quels sont les termes de cette somme ?
- Dans ces termes, y a-t-il un facteur commun ?
- Puis-je utiliser une identité remarquable ?



#### b) Pour rédiger

- J'écris l'expression donnée.
- J'écris les égalités les unes en dessous des autres.

#### a) Ma recherche

- Les termes sont  $9x^2$ ,  $12x$  et  $4$ .
- Il n'y a pas de facteur commun.
- Il y a trois termes dont deux carrés. Je peux utiliser l'identité :  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ . Avec  $a^2 = 9x^2$  et  $b^2 = 4$ , on peut prendre  $a = 3x$  et  $b = 2$  et on a bien  $2ab = 12x$ .

#### b) Ma rédaction

- $A = 9x^2 + 12x + 4$
- $A = (3x + 2)^2$

>> **Exercice 2** : Factoriser l'expression  $B = (2x - 1)^2 - 9$ .

### ÉTAPES



#### a) Pour chercher

- Quels sont les termes de cette différence ?
- Dans ces termes, y a-t-il un facteur commun ?
- Puis-je utiliser une identité remarquable ?



#### b) Pour rédiger

- J'écris l'expression donnée.
- J'écris les égalités les unes en dessous des autres.

#### a) Ma recherche

- Les termes sont  $(2x - 1)^2$  et  $9$ .
- Il n'y a pas de facteur commun.
- Il y a une différence de deux termes qui sont des carrés. Je peux utiliser :  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ . Avec  $a^2 = (2x - 1)^2$  et  $b^2 = 9$ , on peut choisir  $a = (2x - 1)$  et  $b = 3$ .

#### b) Ma rédaction

- $B = (2x - 1)^2 - 9$
- $B = [(2x - 1) - 3][(2x - 1) + 3]$
- $B = (2x - 4)(2x + 2)$

### EXERCICES D'APPLICATION

Pour les exercices 9 à 15, factoriser, si possible.

- |    |                       |                       |    |                               |                               |
|----|-----------------------|-----------------------|----|-------------------------------|-------------------------------|
| 9  | $A = 4x^2 + 12x + 9$  | $B = 9x^2 + 6x + 4$   | 13 | $A = 81x^2 - 16$              | $B = 25 - 4x^2$               |
| 10 | $C = 9 + 24x + 16x^2$ | $D = x^2 + 6x + 9$    | 14 | $C = (4x + 5)^2 - 49$         | $D = 25 - (3x - 4)^2$         |
| 11 | $E = 9x^2 - 30x + 25$ | $F = 36x^2 - 12x + 1$ | 15 | $E = (8x + 6)^2 - (6x + 2)^2$ | $F = (5x - 3)^2 - (2x - 4)^2$ |
| 12 | $G = 25 - 10x + 4x^2$ | $H = x^2 - 10x + 25$  |    |                               |                               |

## Pour réactiver les connaissances

SOCLE

### Calculer une expression littérale

16 a) Pour  $x = 4$ , calculer :

$$A = x^2 \qquad B = 6x + 6$$

$$C = (2x + 2)^2 \qquad D = 2x^2 + 3x + 4$$

b) Pour  $x = -5$ , calculer :

$$E = -3x + 10 \qquad F = 2x^2 - 4x + 5$$

$$G = (5 + 4x)(7x - 8)$$



### 17 Avec une calculatrice

a) Pour  $x = 25$ , calculer :

$$A = x^2 \qquad B = 8x + 5$$

$$C = (6x + 2)^2 \qquad D = 3x^2 + 3x + 84$$

b) Pour  $x = -6$ , calculer :

$$E = -7x + 8 \qquad F = 2x^2 - 4x + 4$$

$$G = (10 + 5x)(7x - 8)$$



Fiches logiciels

### 18 AVEC UN TABLEUR

Soit  $F = -x^2 + 12x - 20$ .

On veut calculer F pour toutes les valeurs entières de  $x$  de 1 à 20.

◇	A	B
1	$x$	F
2	1	
3	2	

a) Comment faire afficher dans la colonne A les nombres entiers de 1 à 20 ?

b) Entrer dans la cellule B2 une formule qui, copiée de la ligne 3 à la ligne 21, permet de compléter la colonne B.

c) Pour quelle valeur de  $x$ , F semble-t-il atteindre son maximum ?

### Développer et réduire

19 Réduire, si possible.

$$A = 7x + 2x \qquad B = 7 \times 2x$$

$$C = 7 + 2x \qquad D = 8 \times 3x$$

$$E = 8 + 3x \qquad F = 8x + 3x$$

20 Réduire, si possible.

$$G = -7y + 3y \qquad H = 7 \times (-2y)$$

$$I = 6 + 4y \qquad J = -7 \times 3y$$

$$K = 8 - 3y \qquad L = -8y - 3y$$

21 Réduire, si possible.

$$A = 5x^2 + 2x^2 \qquad B = 4x + 2x^2$$

$$C = 8x \times 3x \qquad D = (7x)^2$$

$$E = 5 + 5x^2 \qquad F = 5 \times 3x^2$$

22 Réduire, si possible.

$$G = 6a^2 - 2a^2 \qquad H = -5a + 2a^2$$

$$I = 8a \times (-5a) \qquad J = (-3b)^2$$

$$K = 9 - 5b^2 \qquad L = -4 \times 5b^2$$

23 Réduire, si possible.

$$A = 8r^2 + 3r + 3 + 4r^2 + 9r + 6$$

$$B = 6r^2 + 5r + 3 + 4r^2 + 9r + 8$$

24 Réduire, si possible.

$$C = -7x^2 + 4x - 3 - 3x^2 - 9x - 6$$

$$D = 6x^2 + 2x - 3 - 8x^2 - 8x - 12$$

25 Développer et réduire, si possible.

$$A = 4(7x + 2) \qquad B = (6 - 2x) \times 8$$

$$C = -2(-5x + 4) \qquad D = -6(-2 - 4x)$$

26 Développer et réduire, si possible.

$$E = 8(5x + 4) \qquad F = (4 - 3x) \times 6$$

$$G = -4(-3x + 5) \qquad H = -8(-3 - 2x)$$

27 Développer et réduire, si possible.

$$A = 5(2a + 3) + 3(4a + 2)$$

$$B = 6(2b - 4) - 3(4 - 5b)$$

$$C = (3c + 5) + (4c - 8)$$

$$D = (2d - 7) - (4d + 3)$$

28 Développer et réduire, si possible.

$$E = 4(2x + 5) + 3(5x + 2)$$

$$F = 7(2x - 3) - 4(3 - 5x)$$

$$G = (4x + 5) + (3x - 9)$$

$$H = (2x - 8) - (5x + 4)$$

29 Développer et réduire, si possible.

$$A = (6a + 4)(3a + 2)$$

$$B = (3b + 4)(3b + 2)$$

$$C = (-5c + 6)(4c - 2)$$

$$D = (2d - 4)(2d - 4)$$

30 Développer et réduire, si possible.

$$E = (4x + 2)(3x + 5)$$

$$F = (4x + 5)(3x + 4)$$

$$G = (-8x + 3)(4x - 4)$$

$$H = (3x - 5)(3x - 5)$$

## Prouver l'égalité entre deux expressions littérales

31 On a posé à des élèves de 3<sup>e</sup> la question suivante :

« Est-il vrai que, pour n'importe quelle valeur du nombre  $x$ , on a :

$$5x^2 - 10x + 2 = 7x - 4 ? »$$

– Léa a répondu : « Oui, c'est vrai. En effet, si on remplace  $x$  par 3, on a :

$$5 \times 3^2 - 10 \times 3 + 2 = 17 \text{ et } 7 \times 3 - 4 = 17 ».$$

– Myriam a répondu : « Non, ce n'est pas vrai. En effet, si on remplace  $x$  par 0, on a :

$$5 \times 0^2 - 10 \times 0 + 2 = 2$$

$$\text{et } 7 \times 0 - 4 = -4 ».$$

Une de ces deux élèves a donné un argument qui permet de répondre de façon correcte à la question posée dans l'exercice.

Indiquer laquelle, en expliquant pourquoi.

*Brevet, France, septembre 2008.*

32 Soit  $A = 2(3x - 5)$  et  $B = 6x - 10$ .

a) Pour  $x = 4$ , calculer  $A$ , puis calculer  $B$ .

b) Pour  $x = -3$ , calculer  $A$ , puis  $B$ .

c) A-t-on  $A = B$  ?

33 Dans chacun des cas suivants, les expressions  $A$  et  $B$  sont-elles égales ? Justifier.

a)  $A = (12x + 4)(2x - 3)$

$$B = (4x - 6)(6x + 2)$$

b)  $A = (6x + 4)^2$

$$B = (3x + 2)(12x + 8)$$

c)  $A = 4 + 3x(5x + 2)$

$$B = (4 + 3x)(5x + 2)$$

34 Soit  $F = 4(5x - 2) - 10x + 9$ .  
Calculer  $F$  pour  $x = 99\,999,9$ .

## Établir une formule

### 35 PROGRAMME DE CALCUL

- Choisir un nombre  $n$ .
- Lui ajouter 7.
- Multiplier le résultat par 5.
- Soustraire 35 au résultat.

a) Effectuer le programme ci-dessus pour  $n = 8$ .

b) Effectuer le programme ci-dessus pour deux autres valeurs de  $n$ .

c) Quelle conjecture peut-on faire ? La démontrer.

36 Clara a enregistré trois émissions sur un DVD. La première dure  $x$  minutes. La deuxième 10 minutes de plus que la première et la troisième le double de la deuxième.



a) Écrire, en fonction de  $x$ , la durée de chaque émission.

b) Écrire, en fonction de  $x$ , la durée totale de l'enregistrement.

c) Si la première émission dure 15 minutes, quelle est la durée totale de l'enregistrement ?

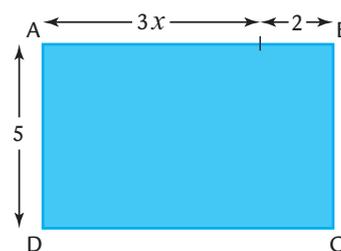
37 Le stade des Gones comporte 15 000 places. Il y a  $x$  places dans les virages et les autres dans les tribunes. Une place en virage coûte 15 € et une place dans les tribunes 25 €.

Aujourd'hui, le stade est plein.

a) Écrire, en fonction de  $x$ , la recette du match. Présenter le résultat sous forme d'une expression développée et réduite.

b) Il y a 7 000 places dans les tribunes. Quelle est la recette ?

38 Écrire le périmètre, puis l'aire du rectangle ABCD en fonction de  $x$ .

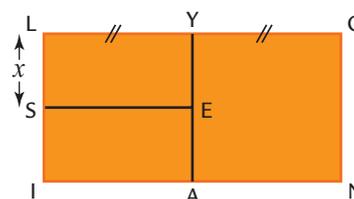


39 La figure ci-dessous est formée de deux rectangles LYES et SEAI identiques et d'un carré YONA.

a) Écrire la longueur LO en fonction de  $x$ .

b) Écrire le périmètre de LONI en fonction de  $x$ .

c) Écrire l'aire de LONI en fonction de  $x$ .



Fiches logiciels

## Factoriser une expression littérale

- 40 a)** Soit l'expression  $A = 2 + 3x$ .  
 (1) Calculer  $A$  pour  $x = 4$ .  
 (2) Quelle est la dernière opération effectuée dans le calcul ci-dessus ?  
 (3)  $A$  est-elle une somme ou un produit ?

**b)** Même question pour  $B = (2 + 3x)^2$ .

- 41** Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

**a)**  $5a(2a + 3)$

**b)**  $3b + 9$

**c)**  $(5c + 2)^2$

**d)**  $12d^2 + 8d + 4$

**e)**  $(7e + 5)(6e + 4)$

**f)**  $(3f + 5)(2f + 6) + (2f + 4)(3f + 8)$

- 42** Recopier et compléter, si possible.

**a)**  $3x^2 + 8x = \dots (3x + \dots)$

**b)**  $4x^2 + 6 = x(\dots + \dots)$

**c)**  $8x + 6x^2 = \dots (8 + \dots)$

**d)**  $6 + 4x^2 = x(\dots + \dots)$

- 43** Factoriser.

$A = 5x^2 + 8x$

$B = 7x^2 - 4x$

$C = 13x + 5x^2$

$D = 8x^2 + x$

$E = 6x^2 - 7x$

$F = 8x + 7x^2$

- 44** Factoriser.

$M = 8a^2 - 9a$

$N = 7b^2 + b$

$P = 11c^2 + 9c$

$Q = 3d - 7d^2$

$R = 2e + 7e^2$

$S = 5f - 3f^2$

- 45** Compléter, si possible, l'exercice que Fabio a commencé.

<b>a)</b>	$4x^2 + 12x + 9 = (2x + \dots)^2$
<b>b)</b>	$9x^2 + 24x + 16 = (\dots + 4)^2$
<b>c)</b>	$4x^2 + 6x + 9 = (\dots + \dots)^2$
<b>d)</b>	$4 + 20x + 25x^2 = (\dots + \dots)^2$
<b>e)</b>	$9x^2 + 6x + 1 = (\dots + \dots)^2$

- 46** Factoriser, si possible.

$A = 16x^2 + 24x + 9$

$B = x^2 + 8x + 16$

$C = 4 + 20x + 25x^2$

$D = 25x^2 + 15x + 9$

- 47** Factoriser, si possible.

$I = 49x^2 + 28x + 4$

$J = 25 + 20x + 4x^2$

$K = 36x^2 + 12x + 1$

$L = 64 + 80x + 25x^2$

- 48** Factoriser, si possible.

$A = 81x^2 - 36x + 4$

$B = 9 - 6x + x^2$

$C = 64x^2 - 8x + 4$

$D = 36x^2 - 12x + 1$

- 49** Factoriser, si possible.

$E = 16y^2 + 24y - 9$

$F = 9y^2 - 12y + 4$

$G = 49 - 56y + 16y^2$

$H = y^2 - 8y + 16$

- 50** Factoriser, si possible.

$I = 81x^2 - 54x + 9$

$J = 25 - 20x + 4x^2$

$K = x^2 - 12x + 36$

$L = 100x^2 - 40x + 4$

- 51 VRAI OU FAUX ?**

Quelles sont les égalités vraies ?

**a)**  $8x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$

**b)**  $9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$

**c)**  $4 + 10x + 25x^2 = (2 + 5x)^2$

**d)**  $16 + 64x - 64x^2 = (4 - 8x)^2$

**e)**  $64 - 48x + 9x^2 = (8 - 3x)^2$

- 52** Factoriser, si possible.

$A = 16x^2 - 9$

$B = 64 - 9x^2$

$C = 36 - x^2$

$D = 64x^2 + 25$

- 53** Factoriser, si possible.

$E = 49r^2 - 16$

$F = 4 - 100r^2$

$G = 36r^2 + 1$

$H = 100r^2 - 9$

- 54** Factoriser, si possible.

$I = 25x^2 - 36$

$J = 4 + 9x^2$

$K = 100 - x^2$

$L = 81x^2 - 9$

- 55 a)** Pour chacune des expressions de A à H préciser, si possible, laquelle des formules de (1) à (4) est utilisable pour la factoriser.

(1)  $ab + ac = a(b + c)$

(2)  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

(3)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(4)  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$A = 36x^2 + 24x + 4$

$B = x + 5x^2$

$C = 4x^2 + 5x$

$D = 9x^2 - 16$

$E = 16x^2 - 12x + 9$

$F = 25 - 4x^2$

$G = 9x^2 - 60x + 100$

$H = 16 + 9x^2$

- b)** Factoriser, si possible, les expressions de A à H.

56 Factoriser, si possible.

$$\begin{aligned} A &= 9x^2 - 36 & B &= 7x^2 + 9x \\ C &= 49x^2 + 28x + 4 & D &= x - 7x^2 \\ E &= 4x^2 - 40x + 100 & F &= 64 - 4x^2 \end{aligned}$$

57 Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} G &= 6y^2 + 7y & H &= 16y^2 + 24y + 9 \\ I &= 49y^2 - 9 & J &= 4 - 40y + 100y^2 \\ K &= 8y - 9y^2 & L &= 36 - 4y^2 \end{aligned}$$

58 Factoriser.

$$\begin{aligned} A &= (2x + 5)(6x + 4) + (2x + 5)(4x + 2) \\ B &= (6x + 5)(4x - 3) + (3x - 4)(4x - 3) \\ C &= (4x - 2)^2 + (4x - 2)(5x - 4) \\ D &= (3x + 2)(5x - 4) + (3x + 2)^2 \\ E &= (6x - 5)(6x + 4) + (6x - 5) \end{aligned}$$

59 Factoriser.

$$\begin{aligned} I &= (8x - 3)(5x + 7) + (8x - 3)(2x - 5) \\ J &= (4x + 5)(3x + 2) + 3(4x + 5) \\ K &= (7x + 3)(5x - 4) + (7x + 3)^2 \\ L &= (5x - 3)(2x + 6) + (2x + 6) \end{aligned}$$

60 Factoriser.

$$\begin{aligned} A &= (4x + 5)(2x - 3) - (4x + 5)(5x + 2) \\ B &= (7x + 5)(2x - 4) - (5x + 2)(7x + 5) \\ C &= (4x + 5)^2 - (4x + 5)(7x + 3) \\ D &= (6x - 2)(2x + 5) - (6x - 2)^2 \\ E &= (3x + 2)^2 - (3x + 2) \end{aligned}$$

61 Factoriser.

$$\begin{aligned} G &= (8x + 3)(5x + 9) - (8x + 3)(3x + 4) \\ H &= (4x - 2)(6x + 3) - (4x - 2)(-2x + 5) \\ I &= (3x + 5)^2 - (3x + 5)(7x + 4) \\ J &= (6x - 4)(2x + 3) - (6x - 4)^2 \\ K &= (3x - 5) - (3x - 5)^2 \end{aligned}$$

62 Factoriser.

$$\begin{aligned} A &= (6x + 7)^2 - (4x + 3)^2 \\ B &= (8x + 4)^2 - (4x - 2)^2 \\ C &= (3x + 8)^2 - 36 & D &= 36 - (x + 1)^2 \end{aligned}$$

63 Factoriser.

$$\begin{aligned} E &= (4x - 6)^2 - (2x - 4)^2 \\ F &= (6x + 8)^2 - (3x - 4)^2 \\ G &= (4x + 5)^2 - 81 & H &= 64 - (4x - 2)^2 \end{aligned}$$



Maintenant, je sais factoriser une expression littérale, et toi ?

## Développer une expression littérale

64 a) On donne les identités remarquables suivantes :

$$(1) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(2) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(3) (ab)^2 = a^2b^2$$

Indiquer dans chaque cas laquelle des identités ci-dessus permet de développer les calculs suivants.

$$A = (3x \times 4)^2 \quad B = (3x - 4)^2$$

$$C = (3x + 4)^2 \quad D = (2x + 3)^2$$

$$E = (2x \times 3)^2 \quad F = (2x - 3)^2$$

b) Développer les calculs ci-dessus.

65 Développer.

$$A = (6 + x)^2 \quad B = (6 - x)^2$$

$$C = (6 \times x)^2 \quad D = (3 + x)^2$$

$$E = (3 - x)^2 \quad F = (3 \times x)^2$$

66 Développer.

$$G = (5 + 3x)^2 \quad H = (5 - 3x)^2$$

$$I = (5 \times 3x)^2 \quad J = (4 + 2x)^2$$

$$K = (4 - 2x)^2 \quad L = (4 \times x)^2$$

67 Trouver dans chaque cas la bonne réponse (A, B ou C).

	A	B	C
a) $(2x + 5)^2 =$	$x^2 + 25$	$4x^2 + 10x + 25$	$4x^2 + 20x + 25$
b) $(4x - 2)^2 =$	$16x^2 - 16x + 4$	$16x^2 - 4$	$16x^2 - 8x + 4$
c) $(3x \times 2)^2 =$	$12x^2$	$36x^2$	$24x^2$
d) $(5 + 3x)^2 =$	$25 + 9x^2$	$25 + 15x + 9x^2$	$25 + 30x + 9x^2$
e) $(6 - 2x)^2 =$	$36 - 24x + 4x^2$	$36 - 4x^2$	$36 - 12x + 4x^2$
f) $(3 \times 4x)^2 =$	$144x^2$	$48x^2$	$24x^2$

68 Développer.

$$G = (4m + 6)^2 \quad H = (6x - 4)^2$$

$$I = (5 \times 2x)^2 \quad J = (8 - 2x)^2$$

$$K = (5 + 2R)^2 \quad L = (2 \times 3x)^2$$



69 Développer.

$$A = (2x + 5)(2x - 5) \quad B = (x - 3)(x + 3)$$

$$C = (5a + 2)(5a - 2) \quad D = (3 + 5b)(3 - 5b)$$

70 Développer.

$$E = (6x + 4)(6x - 4) \quad F = (2 - 7x)(2 + 7x)$$

$$G = (4c + 1)(4c - 1) \quad H = (d + 8)(d - 8)$$

71 Développer.

$$I = (7x + 4)(7x - 4)$$

$$J = (8 - 2x)(8 + 2x)$$

$$K = (1 + 10x)(1 - 10x)$$

$$L = (8x + 2)(8x - 2)$$

72 Développer.

$$A = (5x + 7)^2 \quad B = (4x - 3)(4x + 2)$$

$$C = (2 - 6x)^2 \quad D = (9x - 3)(9x + 3)$$

$$E = (1 + 2x)^2 \quad F = (4 - 7x)(4 + 7x)$$

73 Développer.

$$G = (5a - 8)(5a + 8) \quad H = (8b - 3)^2$$

$$I = (3c - 6)(3c - 1) \quad J = (5 + 2d)^2$$

$$K = (6 + e)(6 - e) \quad L = (7 - f)^2$$

74 CALCUL MENTAL

Calculer mentalement le coefficient de  $x^2$  dans la forme développée et réduite des expressions suivantes :

$$A = (3x + 2)^2 + x^2$$

$$B = 12x^2 + (6 - 2x)^2$$

$$C = (4x + 5)(4x - 5) + 4x^2$$

$$D = -15x^2 + (5x + 4)^2$$

75 Développer et réduire.

$$A = 5x + 3(5x + 3)$$

$$B = 4x^2 + (3x + 4)^2$$

$$C = 6x^2 - (3x + 2)^2$$

$$D = 2x - (3x + 4)(4x + 3)$$

76 Développer et réduire.

$$E = 4x^2 + (x + 5)^2$$

$$F = -8x - (2x - 2)^2$$

$$G = 5x + 4(5x + 4)$$

$$H = 10x^2 - (4x + 3)(4x - 3)$$

77 Développer et réduire.

$$I = 12x^2 + (4x + 5)^2$$

$$J = 7x - (6x + 2)^2$$

$$K = -16x^2 - (4x - 3)(4x + 3)$$

$$L = (6x - 4)^2 - (2x - 6)^2$$

78 On donne  $A = (x - 5)^2$  et  $B = x^2 - 10x + 25$ .

- a) Calculer A et B pour  $x = 5$ .  
 b) Calculer A et B pour  $x = -1$ .  
 c) Peut-on affirmer que  $A = B$  quelle que soit la valeur de  $x$  ? Justifier.

*Brevet, Amérique du Sud, novembre 2009.*

79 Démontrer les égalités suivantes.

- a)  $22x^2 + 25x + 4 = (5x + 2)^2 - 3x^2 + 5x$   
 b)  $(x + 5)(3x - 2) + (x + 5)(5x - 4) = (x + 5)(8x - 6)$



Maintenant, je sais développer une expression littérale, et toi ?

## CALCUL MENTAL

80 On sait que :

$$A = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$B = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$C = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

a) Calculer.

- (1) A pour  $a = 6,5$  et  $b = 3,5$ .  
 (2) B pour  $a = 8,5$  et  $b = 3,5$ .  
 (3) C pour  $a = 6,6$  et  $b = 3,4$ .

b) Calculer.

- (1)  $(100 + 2)^2$  ;  $101^2$  ;  $103^2$   
 (2)  $(100 - 1)^2$  ;  $98^2$  ;  $95^2$   
 (3)  $(100 + 2)(100 - 2)$  ;  $101 \times 99$  ;  $105 \times 95$

c) Calculer.

- (1)  $D = 101^2 - 101$   
 (2)  $E = 2,5^2 + 2 \times 2,5 \times 7,5 + 7,5^2$   
 (3)  $F = 110^2 - 2 \times 110 \times 10 + 10^2$   
 (4)  $G = 85^2 - 15^2$

## Résoudre des problèmes

- 81 Pour  $a = 5$  et  $b = 2$ .
- a) Calculer  $a^2 + 2ab + b^2$  ;  $a^2 - 2ab + b^2$  et  $a^2 - b^2$ .
- b) En déduire, sans calcul, les valeurs de :  $(a+b)(a-b)$  ;  $(a+b)^2$  et  $(a-b)^2$ .

- 82 Sachant que  $ab = 10$ , calculer l'expression  $(a+b)^2 - (a-b)^2$ .

- 83 Sachant que  $b(b-a) = 6$ , calculer l'expression  $(a-b)^2 - (a+b)(a-b)$ .

- 84 Sachant que  $a + b = 15$  et  $a^2 - b^2 = 45$ , calculer  $a - b$ .

- 85 a) Développer et réduire l'expression :  $A = (x+1)^2 - (x-1)^2$
- b) Utiliser l'égalité établie ci-dessus pour calculer  $1\,001^2 - 999^2$ .

- 86 a) Développer et réduire l'expression :  $(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2)$ .
- b) Utiliser le résultat précédent pour trouver rapidement et sans utiliser la calculatrice :  $297 \times 295 - 298 \times 294$

- 87 Voici deux programmes de calcul.

### Programme A

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 2.
- Calculer le carré du résultat.
- Retrancher 4 au nombre obtenu.

### Programme B

- Choisir un nombre.
- Calculer son carré.
- Ajouter au résultat le quadruple du nombre choisi.

- a) Appliquer le programme A au nombre 3.
- b) Appliquer le programme B au nombre 3.
- c) Appliquer le programme A et le programme B au nombre de votre choix. Quelle conjecture peut-on faire ? La démontrer.

- 88 Soit trois nombres entiers consécutifs. On appelle  $n$  le premier des trois nombres.

- a) Écrire, en fonction de  $n$ , le deuxième puis le troisième nombre.
- b) Écrire, en fonction de  $n$ , le produit du premier par le troisième nombre.
- c) Écrire, en fonction de  $n$ , le carré du deuxième nombre diminué de 1.
- d) Démontrer que quels que soient les trois nombres entiers consécutifs choisis, le produit du premier par le troisième est égal au carré du deuxième diminué de 1.



- 89 a) Calculer les expressions suivantes :

$$A_1 = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 2$$

$$A_2 = 2^2 - 3^2 + 4^2 - 2$$

$$A_3 = 3^2 - 4^2 + 5^2 - 2$$

$$A_4 = 4^2 - 5^2 + 6^2 - 2$$

- b) Si l'on continue logiquement la suite ci-dessus, comment s'écrit  $A_9$  ? Calculer cette expression. Quelle conjecture peut-on faire concernant les résultats ?
- c) Si  $n$  est un nombre entier, comment écrire  $A_n$  ? Développer et réduire l'expression trouvée. La conjecture faite à la question b) est-elle vraie ?

- 90 a) Choisir deux nombres dont la somme est 300.

Calculer leur produit.

Ajouter 7 à chacun des deux nombres, puis calculer de nouveau leur produit. De combien le produit a-t-il été augmenté ?

- b) Recommencer avec deux autres nombres. Quelle conjecture peut-on faire ? La démontrer.

- 91 Si j'ajoute 10 à un nombre, son carré est diminué de 500. Quel est ce nombre ?

92 **Énigme**

- (1)  $9 - 12x + 4x^2$
- (2)  $25x^2 + 10x + 1$
- (3)  $4x^2 - 49$
- (4)  $7x^2 + 5x$
- (5)  $(3x - 5)^2 - (3x - 5)(12x + 4)$
- (6)  $(6x - 5)(4x + 7) + (6x - 5)(2x - 5)$
- (7)  $(3x - 2)(6x + 7) - (3x - 2)(-2x + 4)$
- (8)  $(6x - 8)^2 - (2x - 3)^2$
- (9)  $(5x - 8)^2 + (5x - 8)$
- (10)  $(2x + 5)^2 - 81$

Sami a écrit sur sa tablette la forme factorisée de chacune des expressions (1), (2), (3)... Le virus AmélieMélo a frappé ! Il a désorganisé l'écran de la tablette.

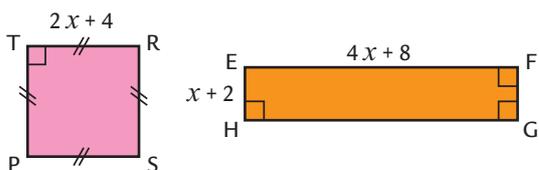
Associer à chacune des expressions (1), (2), (3)... la lettre correspondant à la forme factorisée qui convient.

Décoder alors le message !

- T  $(3x - 2)(8x + 3)$
- N  $(2x + 14)(2x - 4)$
- I  $(2x + 7)(2x - 7)$
- U  $(6x - 5)(6x + 2)$
- O  $(3x - 5)(-9x - 9)$
- T  $x(7x + 5)$
- B  $(8x - 11)(4x - 5)$
- J  $(3 - 2x)^2$
- O  $(5x - 8)(5x - 7)$
- A  $(5x + 1)^2$

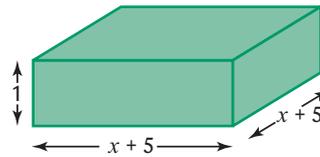


- 93 **a)** Démontrer que les deux figures ci-dessous ont la même aire quelle que soit la valeur de  $x$ .



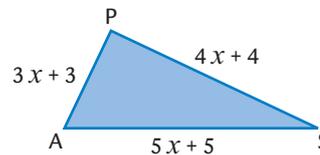
- b)** Les deux figures ci-dessus ont-elles le même périmètre ?

- 94 Dans cet exercice, toutes les mesures sont dans la même unité.



- a)** Écrire une formule développée et réduite pour calculer le volume du pavé droit.
- b)** Écrire une formule développée et réduite pour calculer l'aire du pavé droit.
- c)** Utiliser les formules pour trouver le volume et l'aire du pavé quand  $x = 3$ .

- 95 La valeur de  $x$  est positive. Démontrer que PAS est un triangle rectangle.



- 96 **a)** Soit  $A = 9x^2 + 12x - 10$ . Calculer A pour  $x = 0,5$ .  
**b)** Soit  $B = (3x + 2)^2 - 14$ . Développer et réduire B.  
**c)** Sans faire aucun calcul, trouver combien vaut B pour  $x = 0,5$ .

97 **QU'EST-CE QUE J'AI APPRIS ?**

Dire si chacune des phrases suivantes est vraie ou fausse.

- a)** Factoriser une expression, c'est l'écrire sous forme d'un produit.
- b)** Pour factoriser l'expression  $25x^2 + 15x + 9$ , on peut utiliser l'identité  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ .
- c)** Pour factoriser l'expression  $9x^2 - 30x + 25$ , on peut utiliser l'identité  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ .
- d)** La forme factorisée de  $25x^2 + 16$  est  $(5x + 4)^2$ .
- e)** Pour développer  $(6x - 4)^2$ , j'utilise l'identité  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ .
- f)** La forme factorisée de  $4x^2 - 6x + 9$  est  $(2x - 3)^2$ .
- g)** On peut toujours factoriser la différence de deux carrés.
- h)** En multipliant la somme de deux nombres par leur différence, j'obtiens la différence de deux carrés.