

Arbres à calculs
Probabilités conditionnelles
Exercices

Indépendance

★ **Exercice 6.1**

1. On donne $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(\overline{A \cup B}) = 0,35$. Calculer $P(A \cap B)$.
2. On donne $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,6$; $P(A \cup B) = 0,7$.
Calculer $P(A \cap B)$, $P_B(A)$ et $P_A(B)$.
3. On donne $P(A) = 0,8$; $P(B) = 0,3$; $P(A \cup B) = 0,86$.
Calculer $P_B(A)$. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
4. Parcours vert : On donne $P(B \cap A) = \frac{1}{6}$; $P_A(B) = \frac{1}{4}$. Calculer $P(A)$.

★ **Exercice 6.2**

On lance deux dés cubiques équilibrés et on considère les événements

A : « La somme des faces est divisible par 3 »

B : « La somme des faces est inférieure ou égale à 8 »

Les événements A et B sont-ils indépendants ? Incompatibles ?

Arbre à calculs et probabilités conditionnelles

★ **Exercice 6.3**

Un constructeur automobile fabrique des moteurs pour des voitures de compétition courant en Formule 1. La probabilité qu'un de ces moteurs n'ait pas de défaut (et donc ne casse pas lors d'un grand prix) est égale à 0,8.

Avant chaque grand prix, un contrôle sévère est effectué mais ce contrôle n'est pas infaillible.

En effet :
– un moteur sans défaut est utilisé dans 90% des cas ;
– un moteur ayant un défaut est rejeté dans 80% des cas.

On prélève au hasard un moteur de la production du constructeur.

1. Calculer la probabilité de l'événement : « le moteur a un défaut et est utilisé ».
2. Calculer la probabilité qu'un moteur soit utilisé.
3. Calculer la probabilité que le moteur n'ait pas de défaut sachant qu'il a été rejeté par le contrôle.

★ **Exercice 6.4**

On suppose qu'un test T permet de diagnostiquer une maladie M de façon à ce que : la probabilité pour qu'un sujet malade ait un test positif est égale à 0,9 et, la probabilité pour qu'un sujet sain ait un test négatif est égale à 0,9.

Sachant que la probabilité d'être malade est de 1 % :

1. Quelle est la probabilité d'avoir un test positif ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'un sujet ayant un test positif ait réellement la maladie ?

★ **Exercice 6.5 : devoir à la maison**

Trois machines à fabriquer des comprimés, A, B et C, produisent respectivement 50, 30 et 20% du nombre total de comprimés fabriqués dans une industrie pharmaceutique. Les pourcentages de comprimés défectueux de ces machines sont respectivement 3, 4 et 5 %.

1. Si on prend un comprimé au hasard, quelle est la probabilité pour qu'il soit défectueux ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'un comprimé défectueux pris au hasard, ait été produit par la machine A ?

Parcours vert : Déterminer la probabilité que le comprimé soit défectueux ou produit par la machine A

★ **Exercice 6.6**

Dans une loterie, une roue présente des secteurs gagnants.

À chaque lancer de roue, la probabilité de gagner est 0,1 et ne dépend pas du lancer précédent.

On joue quatre fois de suite.

1. Déterminer la probabilité de gagner exactement une fois.
2. Déterminer la probabilité de gagner au moins une fois.

★ Exercice 6.7

Une étude réalisée auprès des élèves d'un lycée a permis d'établir que 55 % des élèves possèdent un ordinateur. Parmi les élèves qui ont un ordinateur, 98 % possèdent un téléphone portable. De plus, parmi ceux qui possèdent un téléphone portable, 60 % possèdent un ordinateur. Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats au centième donc les pourcentages à l'unité. Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : on choisit au hasard un élève de ce lycée. On note M l'évènement : « L'élève possède un ordinateur » ; T l'évènement : « L'élève possède un téléphone portable » ; $\bar{M}$ l'évènement contraire de M ; $\bar{T}$ l'évènement contraire de T .

1. a) Calculer la probabilité que l'élève possède un ordinateur et un téléphone portable.
b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable.
2. a) On prend 0,90 comme valeur de la probabilité de l'évènement T .
Calculer la probabilité que l'élève ne possède pas d'ordinateur mais possède un téléphone portable.
b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable sachant qu'il ne possède pas d'ordinateur.

Partie B : on choisit trois élèves au hasard, indépendamment les uns des autres.

On note E l'évènement : « Exactement deux des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ». Calculer la probabilité de l'évènement E .

★ Exercice 6.8

A, B, C, D désignent des événements, $\bar{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A .

On sait que :

- la probabilité de l'évènement B est égale à 0,4 ;
- $P(\bar{A} \cap C) = 0,4$.

Calculer, en explicitant les calculs, les probabilités manquantes.

