Connaissances

1 Puissance d'un nombre

a) Puissance d'exposant positif

Exercices 22 à 30 p. 96

DÉFINITION

Quel que soit le nombre a et quel que soit l'entier n supérieur à 1 :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

a^n est une puissance de a et se lit « a exposant n ».

De plus :

$$a^1 = a \quad \text{et} \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

➡ **Exemples :**

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- $2\,000^1 = 2\,000$
- $1999^0 = 1$

Remarques :

a^2 se lit également « a carré » et a^3 se lit « a au cube ».

b) Puissance d'exposant négatif

Exercices 40 à 42 p. 97

DÉFINITION

Quel que soit le nombre a non nul et quel que soit l'entier n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

En particulier, $a^{-1} = \frac{1}{a}$ et $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

➡ **Exemples :**

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$
- $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

c) Puissances et règle de priorité

Exercices 31 à 39 p. 96

RÈGLE DE PRIORITÉ

- En l'absence de parenthèses, on calcule les puissances avant d'effectuer les autres opérations ($\times$, $\div$, $+$ et $-$).
- En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

➡ **Exemples :**

- $5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$
- $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

2 Cas particulier : les puissances de 10

a) Calcul d'une puissance de 10

Exercices 53 à 58 p. 98

PRIORIÉTÉ

Quel que soit l'entier positif n :

$$10^n = 10\underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{n \text{ zéros}}0 \quad \text{et} \quad 10^{-n} = 0{,}\underbrace{0\ldots\ldots\ldots\ldots}_{n \text{ zéros}}01$$

➡ **Exemples :**

• $10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{\text{1 suivi de 5 zéros}}$

• $10^{-5} = \underbrace{0,000\,01}_{\text{5 zéros précédant le 1 (sans oublier la virgule)}}$

b) Puissance de puissance de 10

Exercice 36 p. 98

PRIORIÉTÉ

Quels que soient les entiers relatifs n et m, $(10^n)^m = 10^{n \times m}$

➡ **Exemple :**

• $(10^3)^5 = 10^{3 \times 5} = 10^{15}$

c) Produit par une puissance de 10

Exercices 59 à 62 p. 98

PRIORIÉTÉ

• Pour multiplier un nombre décimal par 10^n (n est un entier positif), on déplace la virgule de n rangs vers la droite.

• Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} (n est un entier positif), on déplace la virgule de n rangs vers la gauche.

➡ **Exemples :**

• $25,1 \times 10^5 = 2\,510\,000$ La virgule est décalée de 5 rangs vers la droite.

• $25,1 \times 10^{-5} = 0,000\,251$ La virgule est décalée de 5 rangs vers la gauche.

3 La notation scientifique

Exercices 64 à 70 p. 98

Les calculatrices, lorsque le résultat d'un calcul dépasse leur capacité d'affichage, donnent une valeur approchée du résultat en **notation scientifique**.

DÉFINITION

Un nombre positif est écrit en notation scientifique quand il est écrit sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où :

• a est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$ (c'est-à-dire que a s'écrit avec un seul chiffre autre que zéro avant la virgule),

• n est un nombre entier relatif.

➡ **Exemples :**

• $G = 7,45 \times 10^3$ G est écrit en notation scientifique.

• $H = 0,38 \times 10^4$ H n'est pas écrit en notation scientifique car le chiffre avant la virgule est zéro.

• $I = 8,257 \times 5^2$ I n'est pas écrit en notation scientifique car le deuxième facteur n'est pas une puissance de 10.

Remarque :

On peut donner un ordre de grandeur en écrivant un encadrement entre deux puissances de 10 d'un nombre écrit en notation scientifique.

➡ **Exemples :**

• $10^4 < 6,28 \times 10^4 < 10^5$ • $10^{-4} < 3,25 \times 10^{-4} \times 10^{-3}$

Méthodes

Conduire un calcul contenant des puissances

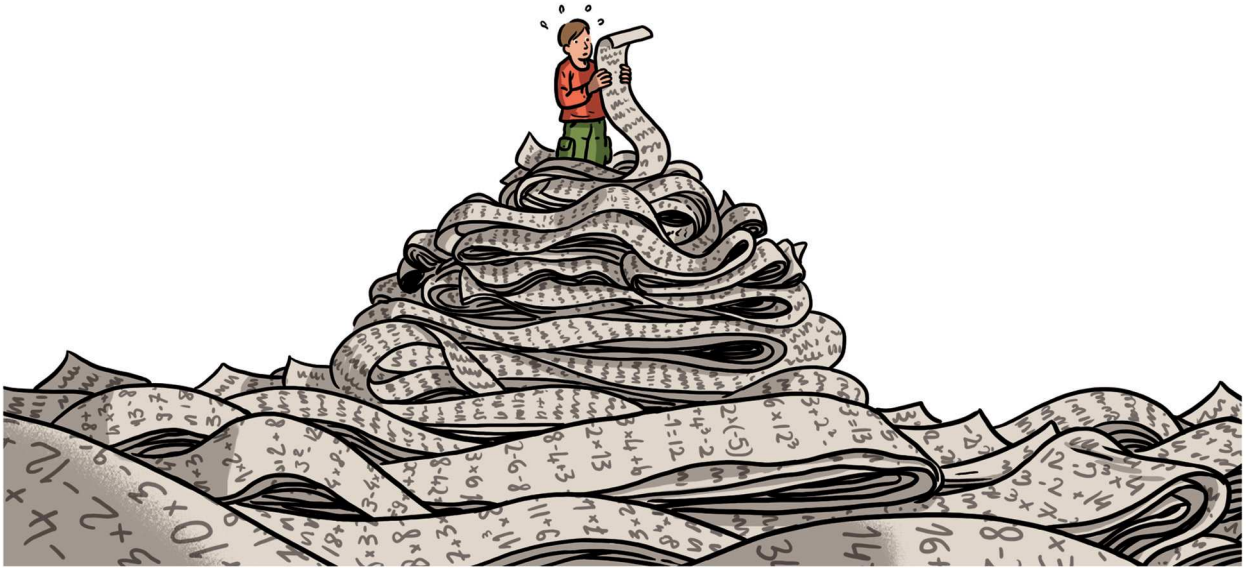
Méthode **>> Exercice** : Calculer $A = 5 \times (-4)^2 - 3 \times 5 + 8$.

ÉTAPES

(1) J'effectue les puissances en priorité.
(2) J'effectue les produits.
(3) J'achève le calcul.

SOLUTION

$A = 5 \times (-4)^2 - 3 \times 5 + 8$
$A = 5 \times 16 - 3 \times 5 + 8$
$A = 80 - 15 + 8$
$A = 65 + 8$
$A = 73$



EXERCICES D'APPLICATION

S1

1 Calculer.

a) $A = 4^2 + 5$ $B = 7 + 3^2$
b) $C = 12 - 5^2$ $D = 8^2 - 24$
c) $E = 5 \times 2^2$ $F = 3^2 \times 2$
d) $G = -3 \times 3^2$ $H = 2 \times (-4)^2$
e) $I = 2^3 + 12$ $J = 2 \times 3^3$
f) $K = 28 - 2^3$ $L = 2 \times (-3)^3$

2 Calculer.

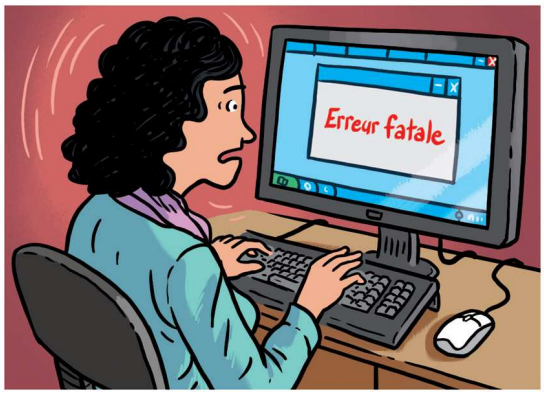
$A = 5 \times 2^2 + 3 \times 4 + 3$
$B = 4 \times 3^2 + 2 \times 5 - 14$
$C = 10 + 3 \times 4 + 2 \times 3^2$
$D = 2 \times (-5)^2 + 4 \times 5 - 12$
$E = -4 \times 2^2 + 2 \times 8 - 12$
$F = 14 - 4 \times 7 - 5 \times 3^2$
$G = 3^3 + 3^2 + 5$
$H = 3 \times 2^3 + 2 \times 3^2 + 10$
$I = 2 \times 3^3 - 4 \times 2^2 + 12$

Pour s'entraîner

S1

Calculer avec des puissances

22 Madame Geek a détecté un virus informatique. Le 1er avril, elle envoie un courriel à trois amis pour les informer. Le 2 avril, chacune des trois personnes envoie un courriel à trois nouvelles personnes.
La diffusion de l'information se poursuit de la même manière : dès qu'une personne est informée, elle l'apprend à trois nouvelles personnes dès le lendemain.
a) Combien de personnes apprennent l'information le 2 avril ? le 3 avril ? le 4 avril ?
b) Écrire, sous forme d'une puissance, le calcul permettant de trouver le nombre de personnes apprenant l'information le 15 avril.



23 Remplacer, si possible, dans chaque cas, la lettre n par le nombre entier qui convient.
a) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^n$
b) $6 + 6 + 6 = 6^n$
c) $2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 \times 2{,}3 = 2{,}3^n$
d) $3 + 3 + 3 + 3 = 3^n$
e) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^n$

24 Remplacer, si possible, dans chaque cas, la lettre n par le nombre entier qui convient.
a) $27 = 3^n$ **b)** $81 = 3^n$
c) $125 = n^3$ **d)** $81 = n^2$

25 Calculer.
a) 2^3 et 2×3 **b)** 5^2 et 5×2
c) 3^3 et 3×3 **d)** 4^2 et 4×2
e) 1^5 et 1×5 **f)** 0^3 et 0×3

26 VRAI OU FAUX ?
a) 2^4 est le double de 2^3.
b) 3^2 est la moitié de 3^4.
c) 2^3 et 3^2 sont égaux.
d) 2^4 et 2×4 sont égaux.

27 Calculer.
a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ **b)** $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ **c)** $\left(\frac{5}{4}\right)^3$

28 Calculer.
a) $0{,}2^2$ **b)** $0{,}4^2$ **c)** $1{,}2^2$ **d)** $1{,}3^2$

29 Calculer.
a) $(-6)^2$ **b)** $(-10)^4$ **c)** $(-5)^3$ **d)** $(-1)^{10}$
e) $(-7)^2$ **f)** $(-1)^7$ **g)** $(-10)^7$ **h)** $(-4)^3$

30 En utilisant une calculatrice, calculer.
a) 13^8 **b)** $(-12)^7$ **c)** $(-0{,}6)^5$ **d)** 125^0

31 Effectuer les calculs suivants.
$A = 4 + 6^2$ $B = 2 \times 5^2$
$C = 8^2 + 36$ $D = -9 + 6^2$

32 Effectuer les calculs suivants.
$F = 3 \times 2^2 + 8$ $G = 4 \times 2^2 - 10$
$H = 6 \times 3^2 - 4 \times 3 + 6$ $I = 20 - 3^0 + 2 \times 2^3$

33 Effectuer les calculs suivants.
$J = (6 + 4)^2$ $K = 3^2 \times (5 + 2)^2$
$L = 4 \times (6 + 3^2)$ $M = 2 \times (7 + 3 \times 2^2)$

34 Effectuer les calculs suivants.
a) -4^2 **b)** $(-4)^2$ **c)** $15 - 4^2$

35 CALCUL LITTÉRAL
Calculer $A = x^3$ et $B = 2x^3 - 3x^2 + 5$ pour :
a) $x = 4$; **b)** $x = -2$; **c)** $x = \frac{5}{2}$.

36 CALCUL LITTÉRAL
Calculer $A = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$
et $B = -3x^3 + 2x^2 - 5x + 3$
a) pour $x = 2$; **b)** pour $x = -2$;
c) pour $x = 3$; **d)** pour $x = -3$.

37 Calculer.
a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ **b)** $\frac{2^2}{5}$ **c)** $\left(\frac{-5}{3}\right)^2$ **d)** $\frac{-5^2}{3}$

38 **a)** Effectuer ces calculs sans calculatrice.

$$A = \frac{6^2+4}{2^3} \quad \text{et} \quad B = \frac{45}{5^2-5\times 3}$$

b) Calculer A et B avec une calculatrice. Comparer avec les résultats du **a**.

TRIANGLE INFO magazine

Le mot « puissance »

Le mot « puissance » a de nombreux sens : en mathématiques, la « puissance » d'un nombre ; en mécanique, la « puissance » d'un moteur ; en géographie, les « grandes puissances » ; en optique, la « puissance » d'une loupe.

La locomotive *Plénitude*, destinée à la Chine, a été construite par Alstom. Elle peut tracter jusqu'à 8 000 t de convoi grâce à une puissance de 9 600 kW. En 2010, c'est la locomotive la plus puissante du monde.

39 **a)** Calculer sans calculatrice.

$$A = \frac{16}{4^2}+5^2 \quad \text{et} \quad B = \frac{80}{3^2-4}+\frac{2^3}{4}$$

b) Calculer A et B avec une calculatrice. Comparer avec les résultats du **a**.

40 Écire sous forme de fraction.

a) 5^{-4} **b)** 2^{-8} **c)** 3^{-5} **d)** 6^{-3}

41 Compléter.

a) $\frac{1}{25} = 5^{\square}$ **b)** $64 = 2^{\square}$ **c)** $0{,}01 = 10^{\square}$

d) $\frac{1}{8} = 2^{\square}$ **e)** $27 = 3^{\square}$ **f)** $0{,}001 = 10^{\square}$

42 Calculer.

a) 2^{-1} **b)** 5^{-1} **c)** 4^{-1} **d)** 10^{-2} **e)** 10^{-4}

Maintenant je sais calculer avec des puissances, et toi ?

Simplifier des expressions comportant des puissances

S2

43 Écrire sous la forme a^n.

a) $6^2 \times 6^3$ **b)** $7^2 \times 7^4$ **c)** $4^3 \times 4^8$

d) 5×5^3 **e)** $6^2 \times 6^4$ **f)** $9^6 \times 9$

44 Trouver le nombre manquant.

a) $3^2 \times 3^{\square} = 3^6$ **b)** $2^2 \times 2^{\square} = 2^8$

c) $5^{\square} \times 5^4 = 5^6$ **d)** $6^2 \times 6^{\square} = 6^{10}$

45 Écrire sous la forme a^n.

a) $8^2 \times 8^3$ **b)** $10^5 \times 10$

c) $9^7 \times 9^6$ **d)** $12^5 \times 12^3$

46 Écrire sous la forme a^n.

a) $\frac{5^7}{5^4}$ **b)** $\frac{6^8}{6^3}$ **c)** $\frac{4^6}{4^5}$ **d)** $\frac{3^4}{3}$ **e)** $\frac{5^2}{5^0}$ **f)** $\frac{9^7}{9^6}$

47 Trouver le nombre manquant.

a) $\frac{5^8}{5^{\square}} = 5^6$ **b)** $\frac{6^{\square}}{6^3} = 6^{10}$ **c)** $\frac{4^7}{4^{\square}} = 4^3$

48 Écrire sous la forme a^n.

a) $\frac{7^{10}}{7^4}$ **b)** $\frac{11^8}{11^3}$ **c)** $\frac{2^{12}}{2^{11}}$ **d)** $\frac{8^9}{8}$ **e)** $\frac{10^6}{10^4}$ **f)** $\frac{15^7}{15^7}$

49 Écrire sous la forme a^n.

a) $2^3 \times 5^3$ **b)** $4^5 \times 5^5$ **c)** $3^2 \times 7^2$

d) $25^4 \times 4^4$ **e)** $2^3 \times 2^3$ **f)** $4^6 \times 9^6$

50 Écrire sous la forme a^n.

a) $3^4 \times 3^2$ **b)** $\frac{4^5}{4^3}$ **c)** $5^2 \times 3^2$

d) $4^3 \times 4^2$ **e)** $2^5 \times 5^5$ **f)** $\frac{5^6}{5^3}$

51 Écrire sous la forme a^n.

a) $5^4 \times 5^2$ **b)** $\frac{3^5}{3^3}$ **c)** $4^3 \times 3^3$

d) $4^3 \times 4$ **e)** $4^6 \times 5^6$ **f)** $\frac{7^6}{7^2}$

52 Écrire sous la forme a^n.

a) $4^4 \times 4$ **b)** $\frac{6^5}{6^4}$ **c)** $7^3 \times 3^3$

d) $8^4 \times 8^2$ **e)** $2^4 \times 5^4$ **f)** $\frac{5^4}{5^3}$

Maintenant je sais simplifier des expressions comportant des puissances, et toi ?

Calculer avec des puissances de 10

53 Calculer.
a) 10^3 **b)** 10^1 **c)** 10^6 **d)** 10^{-2}
e) 10^{-4} **f)** 10^{-1} **g)** 10^{-6} **h)** 10^9

54 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.
a) 100 **b)** 0,001 **c)** $\frac{1}{10\,000}$ **d)** $\frac{1}{100}$
e) un million **f)** un milliard **g)** un millième
h) un millionième **i)** un dixième.

55 Écrire sous la forme 10^n.
a) $10^2 \times 10^5$ **b)** $10^4 \times 10^{-8}$
c) $10^{-3} \times 10^{-7}$ **d)** $10^2 \times 10$
e) $10^3 \times 10^5 \times 10^{-2}$ **f)** $10^{-2} \times 10^2$

56 Écrire sous la forme 10^n.
a) $\frac{10^8}{10^2}$ **b)** $\frac{10^5}{10^8}$ **c)** $\frac{10^{-3}}{10^5}$ **d)** $\frac{10^{-73}}{10^{-3}}$ **e)** $\frac{10^4}{10^{-4}}$

57 Écrire sous la forme 10^n.
a) $A = 10^2 \times 10^5$; $B = 10^3 \times 10^{-5}$; $C = 10^{-2} \times 10^8$.
b) $E = \frac{10^6}{10^2}$ $F = \frac{10^6}{10^{-2}}$ $G = \frac{10^{-6}}{10^2}$.
$H = \frac{10^{-6}}{10^{-2}}$ $I = \frac{10^{-2}}{10^{-6}}$ $J = \frac{10^6}{10^6}$.

58 Écrire sous la forme 10^n.
a) $\frac{10^3 \times 10^4}{10^2}$ **b)** $\frac{10^5 \times 10^3}{10^{-2}}$ **c)** $\frac{10^2 \times 10^{-6}}{10^3 \times 10^{-5}}$

59 Calculer.
a) $4{,}5 \times 10^2$ **b)** 27×10^4 **c)** $0{,}072 \times 10^5$
d) 350×10^{-2} **e)** 12×10^{-4} **f)** $0{,}045 \times 10^{-2}$

60 Compléter.
a) $87\,000 = 8{,}7 \times 10^{\square}$
b) $1\,540 = 1{,}54 \times 10^{\square}$
c) $670\,000 = 6{,}7 \times 10^{\square}$
d) $920\,000 = 9{,}2 \times 10^{\square}$

61 Compléter.
a) $0{,}038 = 3{,}8 \times 10^{\square}$
b) $0{,}001\,59 = 1{,}59 \times 10^{\square}$
c) $0{,}000\,035 = 3{,}5 \times 10^{\square}$
d) $0{,}043\,2 = 4{,}32 \times 10^{\square}$

62 Écrire sous la forme 10^n.
a) $(10^2)^4$ **b)** $(10^3)^2$ **c)** $(10^4)^5$
d) $(10^3)^{-2}$ **e)** $10^5 \times (10^2)^3$ **f)** $10^{-8} \times (10^3)^2$

63 Compléter.
a) $0{,}000\,45 = 4{,}5 \times 10^{\square}$
b) $0{,}78 = 7{,}8 \times 10^{\square}$
c) $5\,457\,000 = 5{,}457 \times 10^{\square}$
d) $0{,}000\,5 = 5 \times 10^{\square}$

64 Écrire sous la forme 10^n.
$A = 10^4 \times 10^2$ $B = \frac{10^5}{10^2}$ $C = (10^3)^4$
$D = 10^{-2} \times 10^6$ $E = (10^4)^{-2}$ $F = \frac{10^3}{10^5}$

65 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont écrits en notation scientifique ?
$A = 3{,}8 \times 10^5$ $B = 0{,}54 \times 10^{-4}$
$C = 5{,}9 \times 4^{10}$ $D = 6{,}92 \times 10^{-5}$
$E = 34 \times 10^5$ $F = 0{,}6 \times 10^5$

66 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$H = 45\,000$ $K = 654\,000\,000$
$L = 0{,}000\,073$ $M = 0{,}000\,000\,745$
$N = 0{,}67$ $P = 456{,}78$

67 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$A = 23 \times 10^4$ $B = 666 \times 10^{-3}$
$C = 0{,}067\,8 \times 10^4$ $D = 0{,}056 \times 10^5$
$E = 56\,780 \times 10^{-6}$ $F = 4{,}76 \times 10^{-1}$

68 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$F = 47\,000 \times 10^5$ $E = 0{,}052 \times 10^4$
$R = 73\,000\,000 \times 10^{-3}$ $S = 456{,}78 \times 10^5$

69 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.
$T = 654 \times 10^{21}$ $R = 769 \times 10^{-13}$
$E = 0{,}000\,8 \times 10^{18}$ $S = 5\,780\,000 \times 10^{-8}$
$H = 876{,}678 \times 10^{15}$ $F = 43{,}679 \times 10^{-24}$

70 **a)** Effectuer sans calculatrice les calculs suivants et donner l'écriture scientifique du résultat.
$A = 2 \times 10^{-3} \times 25 \times (10^2)^2$
$B = 50 \times 10^5 \times 25 \times 10^{-3}$.
b) Vérifier les résultats avec une calculatrice.

Maintenant je sais calculer avec des puissances de 10, et toi ?

Pour s'entraîner

TRIANGLE INFO magazine

Son et lumière

Un calcul tout simple : quand on est au centre d'un orage, on compte le nombre de secondes qui séparent l'instant où on voit tomber la foudre et celui où on entend le tonnerre, on divise par 3 et on obtient approximativement la distance, en kilomètres, qui nous sépare de l'orage.

80 Arsène Poirot jubile ! Il a en face de lui un coffre-fort d'un ancien modèle : il n'y a que 4 chiffres sur chacun des 8 boutons.
a) Combien de combinaisons différentes peuvent être affichées sur ce coffre ?
b) Arsène met 10 secondes pour afficher une combinaison. Combien de temps lui faut-il pour les essayer toutes ? Le pourra-t-il en une nuit de 8 heures ?

81 Écrire sous la forme a^n.

a) $\frac{14^4}{7^4}$ **b)** $\frac{33^8}{11^8}$ **c)** $\frac{27^6}{9^6}$

d) $\frac{12^6}{2^6}$ **e)** $\frac{100^3}{10^3}$ **f)** $\frac{45^9}{15^9}$

82 **a)** Calculer avec une calculatrice :

$$A = 5^2 + 6 \qquad B = \frac{10^5}{10^3}$$

b) Effectuer, de tête, les deux calculs ci-dessus.
c) Si les résultats trouvés en **a** et **b** ne correspondent pas, chercher l'erreur !

83 **a)** Trouver le plus grand nombre entier n tel que $2^n < 1\,000\,000\,000$.
b) Trouver le plus grand nombre entier n tel que $3^n < 10^{25}$.

84 Un rectangle a pour aire 5^8 cm^2 et pour longueur 5^6 cm. Quelle est sa largeur ?

85 Un carré a pour côté 2^4 cm. Donner, sous la forme 2^n, son périmètre puis son aire.

86 Un cube a pour arête 10^2 cm.
Donner son volume sous la forme 10^n.

87 Le triangle ABC est-il rectangle ?
(Les longueurs sont toutes en centimètres.)
$AB = 2^5$ $AC = 2^5$ $BC^2 = 2^{11}$

88 Le triangle ABC est-il rectangle ?
(Les longueurs sont toutes en centimètres.)
$AB = 2^3$ $AC = 2^3$ $BC^2 = 2^8$

89 Le triangle ABC est-il rectangle ?
(Les longueurs sont toutes en centimètres.)
$AB = 2^4$ $AC = 2^4$ $BC^2 = 2^9$

90 **Au brevet**

On donne l'expression numérique :
$A = 2\times10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2\times10^{-2}$.
a) Donner l'écriture décimale de A.
b) Donner l'écriture scientifique de A.
c) Écrire A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

D'après Brevet Liban 2009

91 ***SVT***

Il y a environ $2{,}025 \times 10^{13}$ globules rouges dans 4,5 litres de sang humain. Combien de globules rouges y a-t-il dans 3 litres de sang ?

92 **Qu'est-ce-que j'ai appris ?**

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
a) 2^{10} est le double de 2^5.
b) 2^{10} est le double de 2^9.
c) $6{,}24 \times 5^3$ est une écriture scientifique.
d) 10^{-2} est un nombre négatif.
e) 10^{-3} et 10^3 sont des nombres inverses.