

Suites géométriques
Suites arithmético-géométriques
Exercices

Puissances

★ Exercices 8.1

Fichiers d'exercices :

Exercices conseillés : du n° 23 au 52, 58, 62, 64, 81 & 92.

Exercices qui seront corrigés : 23, 24, 25, 27, 40, 43, 44, 45, 46, 49, 50 & 58

★ Exercice 8.2

À combien de sabords équivalent « mille milliards de mille sabords » ?

Suites géométriques

★ Exercice 8.3

1. On considère la suite géométrique (u_n) de raison 3 et de terme initial $u_0 = 2$.

Déterminer u_n puis calculer u_4 .

2. La suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 et de terme initial $v_1 = 64$. Calculer v_n .

3. On considère la suite géométrique (w_n) de raison -2 et de terme initial $w_0 = -2$.

Déterminer w_n puis calculer w_5 .

4. La suite (a_n) est définie par $a_0 = 4$ et $a_{n+1} = \frac{1}{8}a_n$.

Quelle est la nature de la suite (a_n) ? Calculer a_n .

5. La suite (b_n) est définie par :
$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_{n+1} = -\frac{1}{2}b_n \end{cases}$$
. Déterminer l'écriture explicite de b_n .

★ **Exercice 8.4**

On définit deux suites u et v par $u_0 = 1$, $v_0 = 12$ et, pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n) \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}(u_n + 3v_n) \end{cases}$$

On appelle w la suite définie, pour tout entier naturel n , par : $w_n = v_n - u_n$ et t la suite définie, pour tout entier naturel n , par : $t_n = 3u_n + 8v_n$.

1. Montrer que w est une suite géométrique à termes positifs, dont on précisera la raison.
2. Montrer que t est une suite constante. Déterminer cette constante.

★ **Exercice 8.5**

1. La suite (u_n) est géométrique, de raison 0,5 et telle que $u_6 = 0,1875$. Calculer u_1 .
2. Soit (v_n) la suite géométrique de raison négative, de terme initial $v_1 = 2$ et telle que $v_5 = 162$. Calculer sa raison.
3. Pourquoi la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \frac{2^{2n}}{3^{3n}}$ est-elle géométrique ?

Somme de termes

★ **Exercice 8.6**

Calculer les sommes suivantes :

1. $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{12}$
2. $1 + 2 + 4 + \dots + 2^n = \sum_{k=0}^n 2^k$
3. $\sum_{k=0}^5 \left(\frac{1}{2}\right)^k$ puis $\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$
4. Parcours vert : $3 + 9 + \dots + 3^{10}$

★ Exercice 8.7

1. (u_n) est la suite géométrique de raison 2 et de terme initial $u_0 = 3$. Calculer la somme de ses 10 premiers termes.
2. Parcourt vert : (u_n) est la suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de terme initial $u_1 = 2$.
Calculer la somme de ses n premiers termes.

Suites arithmético-géométriques

★ Exercice 8.8

Dans chacun des cas suivants, trouver l'expression de u_n .

1. $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$.
2. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 3u_n + 2$.
3. $u_1 = 3$ et $u_{n+1} = 4u_n - 6$.
4. $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 0,2u_n + 0,2$.

★ Exercice 8.9

Dans un zoo, l'unique activité d'un manchot est l'utilisation d'un bassin aquatique équipé d'un toboggan et d'un plongoir.

On a observé que si un manchot choisit le toboggan, la probabilité qu'il le reprenne est 0,3.

Si un manchot choisit le plongoir, la probabilité qu'il le reprenne est 0,8.

Lors du premier passage les deux équipements ont la même probabilité d'être choisis.

Pour tout entier naturel n non nul, on considère l'événement :

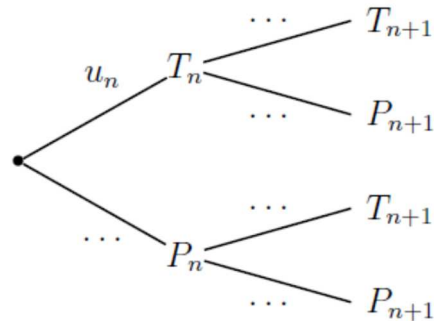
- T_n : « le manchot utilise le toboggan lors de son n -ième passage. »
- P_n : « le manchot utilise le plongoir lors de son n -ième passage. »

On considère alors la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par : $u_n = p(T_n)$ où $p(T_n)$ est la probabilité de l'événement T_n .

1. a) Donner les valeurs des probabilités $p(T_1)$, $p(P_1)$ et des probabilités conditionnelles $p_{T_1}(T_2)$ et $p_{P_1}(T_2)$.

- b) Montrer que $p(T_2) = \frac{1}{4}$.

2. a) Recopier et compléter l'arbre suivant :



- b) Démontrer que pour tout entier $n \geq 1$, $u_{n+1} = 0,1u_n + 0,2$.

3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .