

Lois de probabilités discrètes Exercices

Lois de probabilités

★ Exercice 10.1

On lance une pièce de monnaie. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque lancer effectué associe le nombre 0 si on obtient pile et le nombre 1 si on obtient face.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ? (c'est-à-dire, donner $X(\Omega)$)
2. Déterminer la loi de probabilité de X .

★ Exercice 10.2

On lance un dé à six faces bien équilibré. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque lancer effectué associe le numéro de la face supérieur.

1. Donner $X(\Omega)$.
2. Déterminer la loi de probabilité de X .

★ Exercice 10.3

On considère la variable aléatoire X de loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

1. Parcours vert : Calculer $P(X \leq 2,4)$.
2. Calculer $P(0,2 < X \leq 2,8)$.

Espérance

★ Exercice 10.4

On considère la variable aléatoire X de loi de probabilité :

x_i	1	2	3	4
p_i	0,3	0,4	0,2	0,1

Calculer l'espérance de X .

★ **Exercice 10.5**

Calculer l'espérance de la loi de probabilité de l'exercice 3

★ **Exercice 10.6**

Soit X la variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau :

x_i	-5	-2	0	1	3	6
p_i	1 / 6	1 / 12	1 / 4	1 / 4	1 / 12	1 / 6

Calculer son espérance.

★ **Exercice 10.7**

Un joueur lance une fois un dé bien équilibré.

Il gagne 10 € si le dé marque 1. Il gagne 1 € si le dé marque 2 ou 4. Il ne gagne rien dans les autres cas. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer l'espérance de X .

★ **Exercice 10.8**

La roue d'une loterie comporte dix secteurs identiques dont quatre rapportent 1 €, cinq rapportent 3 € et un rapporte 10 €. Le joueur doit miser 3 € avant de lancer la roue.

1. Le jeu est-il favorable au joueur ?
2. Déterminer le montant de la mise pour que le jeu soit équitable.

★ **Exercice 10.9**

Une urne contient n jetons : 5 jetons rouges et $(n-5)$ jetons noirs, numérotés de 1 à n , $n \geq 5$.

Un joueur tire au hasard, successivement et sans remise, deux jetons de l'urne. On note p_n la probabilité de l'événement A : « les deux jetons sont de couleur différentes ». On admet que

$$p_n = \frac{10n-50}{n^2-n}. \text{ Le joueur gagne 2 € si A est réalisé et perd 1 € sinon.}$$

Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

1. Donner la loi de probabilité de X et vérifier que $E(X) = \frac{-n^2 + 31n - 150}{n^2 - n}$.
2. Déterminer la composition de l'urne pour que le jeu soit équitable.

Propriétés de l'espérance

★ Exercice 10.10

Soit X la variable aléatoire égale à la valeur de la face supérieure lors du lancer d'un dé bien équilibré. On rappelle que l'espérance $E(X)$ est égale à $\frac{7}{2}$. Un joueur lance quatre dés. Soit Z la variable aléatoire égale à la somme des quatre valeurs obtenues sur les faces supérieures lors du lancer des dés. Sans calculer la loi de probabilité de Z , déterminer l'espérance $E(Z)$.

★ Exercice 10.11

1. Calculer la moyenne théorique de la variable aléatoire indiquant la face obtenue en lançant un dé à 12 faces numérotées de 1 à 12.
2. On lance simultanément 2 dés à 6 faces numérotées de 1 à 6 et trois dés à 12 faces numérotées de 1 à 12.
Quelle est la moyenne théorique de la variable aléatoire obtenue en faisant la somme des points indiqués par chaque dé ?