Compléments sur la dérivation
Exercices

Équations de tangentes

★ Exercice 11.1 $\boxed{y = f'(a)(x-a)+f(a)}$

Déterminer une équation de la tangente à la courbe de *f* au point d'abscisse *a* donné.

1. $f(x) = x^4,\ a = 0$ **2.** $f(x) = \frac{2}{3}x^3,\ a = 1$ **3.** $f(x) = x^2+1,\ a = 2$

4. $f(x) = x^5 - x^3,\ a = -1$ **5.** $f(x) = x^2 - 2x + 3,\ a = \frac{3}{2}$

Dérivées de fonctions usuelles

★ Exercice 11.2

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = 7x^3 - 2x^2 + 5$ **2.** $f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 7x^2 - 2x + 1$ **3.** $f(x) = \frac{1}{x}$

4. $f(x) = \frac{1}{x} + x^2 + \sqrt{x}$

Dérivée d'un produit $\boxed{(uv)' = u'v + v'u}$

★ Exercice 11.3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = (2x+1)(x+2)$ **2.** $f(x) = (-x+1)(2x-3)$ **3.** $f(x) = x\sqrt{x}$

Dérivée d'une fonction inverse $\boxed{\left(\frac{k}{v}\right)' = -\frac{k \cdot v'}{v^2}}$

★ Exercice 11.4

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \frac{2}{x+1}$ **2.** $f(x) = \frac{1}{2x^3}$ **3.** $f(x) = -\frac{3}{x^2+1}$

Dérivée d'un quotient $\boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}}$

★ Exercice 11.5

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ **2.** $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ **3.** $f(x) = \frac{x-3}{2x+4}$

Dérivée d'une composée $\boxed{\left(u^n\right)' = n \cdot u' \cdot u^{n-1}}$ $\boxed{\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}}$

★ Exercice 11.6

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \left(x^2+3x+1\right)^4$ **2.** $f(x) = \sqrt{x^2+x+1}$ **3.** $f(x) = \frac{1}{\left(x^3-1\right)^2}$

Florilège

★ Exercice 11.7

Étudier les fonctions suivantes (ensemble de définition, limites, dérivées, tableau de variations et allure de courbe).

1. $f(x) = -2x^2 + 5x - 4$ **2.** $f(x) = 2x^3 + 2x - 4$ **3.** $f(x) = \left(x^2-1\right)^2 + 5$

4. $f(x) = \frac{2x-5}{3x-2}$ **5.** $f(x) = \frac{x^2-x+2}{x-2}$ **6.** $f(x) = \sqrt{x^2-3x+5}$ **7.** $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

Études de fonctions

★ Exercice 11.8

f est la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$.

On appelle $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(unités graphiques : 4 cm en abscisses et 0,5 cm en ordonnées)

1. Étudier les limites de *f* en 1 et en $+\infty$.

2. **a)** Démontrer que la dérivée de *f* est $f'(x)=\dfrac{2x^3\left(x^2-2\right)}{\left(x^2-1\right)^2}$.

b) En déduire les variations de *f*.

3. Donner l'allure de $\mathcal{C}$.

★ Exercice 11.9

1. On considère la fonction *g* définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^3-3x^2-1$.

a) Déterminer les limites de *g* en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Étudier les variations de la fonction *g* sur $\mathbb{R}$.

c) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$ puis montrer que α est compris entre 1 et 2.

d) En déduire le signe de $g(x)$.

2. On considère la fonction *f* définie sur $]-\infty\,;-1[\cup]-1\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x^3}$.

a) Déterminer les limites de *f* aux bornes de son ensemble de définition.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction *f* définie par $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x^3}$.

(On pourra se servir d'un résultat de la question 1).