

DEVOIR N°02
(A rendre le Jeudi 16 septembre)

Exercice 1 :

Soient f , g et h trois fonctions définies par :

$$f(x) = \ln(1+x) - x, \quad g(x) = \ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2} \quad \text{et} \quad h(x) = \ln(1+x)$$

1- Déterminer Df et Dg

Dans la suite de l'exercice on étudiera f et g sur $[0, 1]$

2- Dresser le tableau de variations de f sur $[0, 1]$ et en déduire le signe de $f(x)$ sur cet intervalle.

3- Dresser le tableau de variations de g sur $[0, 1]$ et en déduire le signe de $g(x)$ sur cet intervalle.

4- En déduire $\forall x \in [0, 1], x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$

5- Déterminer Dh

6- Calculer les limites de h aux bornes de Dh

7- Dresser le tableau de variation de h

8- Tracer une allure de courbe de la fonction h

9- On note $\mathcal{A}$, l'aire en u.a, délimitée par la courbe représentative de h , l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$. Montrer que $\frac{1}{3} \leq \mathcal{A} \leq \frac{1}{2}$

10- Calculer explicitement $\mathcal{A}$ et vérifier l'encadrement de la question 9

Exercice 2 :

Les questions 1. et 2. sont indépendantes

Dans cet exercice, les résultats demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles

Une urne contient quinze boules indiscernables au toucher dont une noire, cinq blanches et neuf rouges. On tire simultanément au hasard trois boules de l'urne.

1- X est la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches figurant dans le tirage,

a) Donner la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X ,

c) Donner la fonction de répartition F de la variable aléatoire X . (On ne demande pas de la représenter)

2- a) Calculer la probabilité des événements suivants :

E : « parmi les trois boules du tirage figurent la noire et au moins une rouge ».

F : « le tirage est tricolore ».

b) Calculer la probabilité que le tirage soit tricolore sachant qu'y figurent la boule noire et au moins une boule rouge