

DEVOIR N°03
(A rendre le Jeudi 23 septembre)

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur $] -\infty; 1]$ par : $f(x) = (5x-2)e^x - 3x - 2$

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm sur (Ox) et 1 cm sur (Oy).

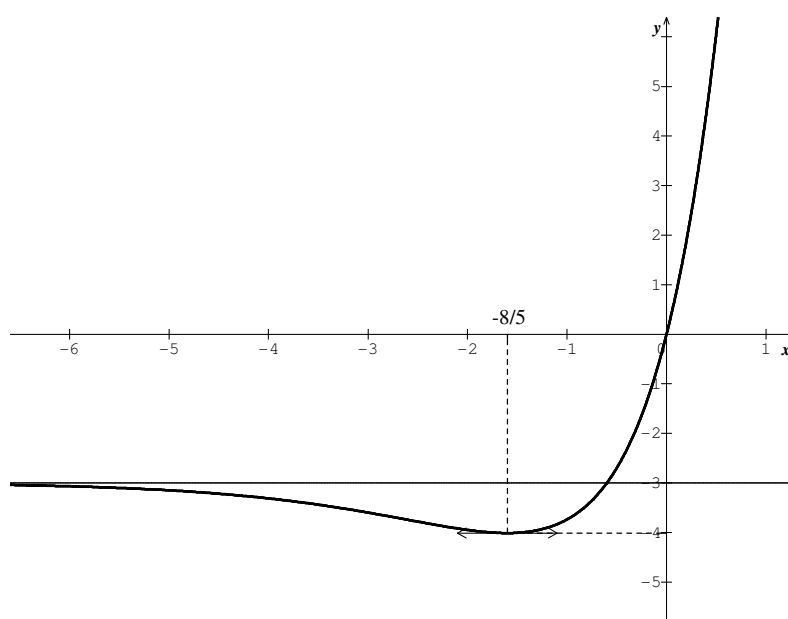
$\mathcal{C}$ est la courbe représentative de f dans ce repère.

Le but de ce problème est l'étude de f et le calcul d'une aire liée à f .

PARTIE A: Étude graphique d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $] -\infty; 1]$ par $g(x) = (5x+3)e^x - 3$

et représentée ci-dessous par la courbe Γ



Utiliser le graphique pour :

- 1- Donner le signe de $g(x)$.
- 2- Donner la limite de g lorsque x tend vers $-\infty$ sachant que la droite d'équation $y = -3$ est une asymptote à la courbe.
- 3- Construire le tableau de variation de g

PARTIE B: Étude de f

- 1- Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = g(x)$. En déduire le signe de $f'(x)$ en fonction de x .
- 2- Déterminer la limite de f en $-\infty$ et dresser le tableau de variation de f .
- 3- Montrer que la droite D d'équation $y = -3x - 2$ est une asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ lorsque x tend vers $-\infty$.
- 4- Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}$ et de D .
- 5- Tracer, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la droite D et la courbe $\mathcal{C}$.

PARTIE C : Calcul d'aire

1- Calculer l'intégrale : $I = \int_{-3}^{-2} (5x-2)e^x dx$

- 2- En déduire l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 du domaine limité par la courbe, la droite D et les droites d'équations $x = -3$ et $x = -2$.

Exercice 2 :

On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

L'urne U_1 contient 4 jetons numérotés de 1 à 4.

L'urne U_2 contient 4 boules blanches et 6 boules noires.

Un jeu consiste à tirer un jeton de l'urne U_1 , à noter son numéro, puis à tirer simultanément de l'urne U_2 le nombre de boules indiqué par le jeton.

On considère les événements suivants :

J_1 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 1 »

J_2 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 2 »

J_3 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 3 »

J_4 « le jeton tiré de l'urne U_1 porte le numéro 4 »

B « toutes les boules tirées de l'urne U_2 sont blanches »

1- Calculer $P_{J_1}(B)$, $P_{J_2}(B)$. et montrer que $P_{J_3}(B) = \frac{1}{30}$ et $P_{J_4}(B) = \frac{1}{210}$

- 2- Montrer que $P(B)$, probabilité de l'évènement B , vaut $\frac{1}{7}$. On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.

- 3- On dit à un joueur que toutes les boules qu'il a tirées sont blanches. Quelle est la probabilité que le jeton tiré porte le numéro 3?

- 4- On joue 10 fois de suite à ce jeu. Chacune des parties est indépendante des précédentes. On note N la variable aléatoire prenant comme valeur le nombre de partie où toutes les boules tirées sont blanches.

a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire N ?

b) Calculer la probabilité de l'évènement $(N=1)$.

c) Donner $E(N)$ et $V(N)$