

Programme abordé :

- ★ Variable aléatoire $Y = g(x)$ lorsque g est une fonction affine
- ★ Variance d'une variable aléatoire. Écart-type
- ★ $V(aX + b) = a^2V(x)$
- ★ Formule de Koenig-Huygens

Variance d'une v.a.r.

I. Variance, écart type

La variance de X est la moyenne des carrés des écarts entre $E(X)$ et les valeurs $x_1, x_2, \dots, x_n$ pondérées par les probabilités $p_1, p_2, \dots, p_n$:

$$V(X) = p_1(x_1 - E(X))^2 + \dots + p_n(x_n - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{i=n} p_i(x_i - E(X))^2.$$

Formule de Koenig-Huygens :

On démontre que l'on peut écrire :

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Ainsi,
$$V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i x_i^2 - (E(X))^2.$$

L'écart type $\sigma(X)$ d'une variable aléatoire X est la racine carrée de sa variance :

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Voir exercice 1

II. Propriétés de la variance

$$V(aX + b) = a^2 V(X)$$

$$\sigma(aX + b) = |a| \sigma(X)$$

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y) \text{ si } X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes}$$

PLAN DE TRAVAIL

Variance d'une variable aléatoire réelle

Partie I : le cours

Je dois :

- savoir calculer la variance d'une variable aléatoire discrète par la formule de Koenig-Huygens : $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$
- savoir calculer l'écart-type d'une variable aléatoire discrète
- savoir appliquer, le cas échéant, la relation $V(aX + b) = a^2 V(X)$

Partie II : l'entraînement

Mon parcours :

Vous pouvez aussi choisir les exercices comme vous le souhaitez pour ajuster votre parcours...

	Parcours bleu	Parcours vert	Parcours rouge
Calculs de variances	17.1 – 17.2 17.3 – 17.5	17.4	17.6
Propriétés de la variance	17.7	17.8	

Tableau de suivi (à compléter au fur et à mesure pour permettre un réinvestissement ultérieur) :

[illegible]

Variance d'une v.a.r. Exercices
--

Calculs de variances

★ Exercice 17.1

On considère la variable aléatoire X de loi de probabilité :

x_i	1	2	3	4
p_i	0,4	0,3	0,2	0,1

Calculer la variance de X .

★ Exercice 17.2

On considère la variable aléatoire X de loi de probabilité :

x_i	1	2	3	4
p_i	0,4	0,2	0,3	0,1

Calculer la variance de X .

★ Exercice 17.3

On considère la variable aléatoire X de loi de probabilité :

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,3	0,4	0,2

1. Calculer $p(X \leq 2,4)$ puis calculer $p(0,2 < X \leq 2,8)$.
2. Calculer l'espérance, la variance et l'écart type.

★ **Exercice 17.4**

Soit X la variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau :

x_i	-5	-2	0	1	3	6
p_i	1 / 6	1 / 12	1 / 4	1 / 4	1 / 12	1 / 6

Calculer son espérance, son écart type.

★ **Exercice 17.5**

Un joueur lance une fois un dé bien équilibré.

Il gagne 10 € si le dé marque 1. Il gagne 1 € si le dé marque 2 ou 4. Il ne gagne rien dans les autres cas. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer l'espérance de X puis la variance de X .

★ **Exercice 17.6**

Un sac contient 5 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard et simultanément 4 boules. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de boules blanches obtenues. Quelle est la loi de X ? Préciser son espérance et sa variance.

Propriétés de la variance

★ **Exercice 17.7**

1. On reprend l'énoncé de l'exercice 1.
On considère la variable aléatoire Y définie par $Y = 5X - 2$.
Calculer l'espérance puis la variance de Y .
2. Même question avec $Z = 4X + 3$.

★ **Exercice 17.8**

On considère la variable aléatoire X de loi :

x_i	0	1	2
$p[X = x_i]$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

1. Déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X .
2. On considère la variable aléatoire Y définie par $Y = 2X - 1$.
 - a) Donner la loi de probabilité de Y .
 - b) Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de Y .