

1. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^2 + \pi x - 3$. Alors P est un polynôme ?

Oui

Non

Il s'agit bien de coefficients réels et de puissances (entières et positives) de x

2. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^{32} - 3x^{31}$. Alors P est un polynôme ?

Oui

Non

3. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^2 + x^{-1} + 1$. Alors P est un polynôme ?

Oui

Non

Le x^{-1} contredit la définition.

4. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^4 + x^2 + 1$. Quel est l'ensemble de définition de P ?

$]0; +\infty[$

$]0; +\infty[$

\mathbb{R}^*

\mathbb{R}

Comme tous les polynômes.

5. Soit P un polynôme de degré n qui s'écrit $P(x) = (x+1)Q(x)$ où Q est un polynôme de degré $n-1$. Que vaut $P(-1)$?

On voit immédiatement que $P(-1) = 0$ puisque $x+1$ s'annule en -1 (on obtient $0 \times Q(-1)$).

6. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^4 + 4x^3 - 4x - 1$. Alors P peut-il s'écrire $P(x) = (x-1)Q(x)$ où Q est un polynôme de degré 3 ?

Oui

Non

Puisque 1 est une racine ($P(1) = 0$), on peut factoriser $P(x)$ par $x-1$. Et le polynôme en facteur sera nécessairement de degré 3.

7. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^3 - 7x^2 + 13x - 6$. Alors P peut s'écrire $P(x) = (x-2)Q(x)$ où Q est un polynôme de degré 2. Que vaut $Q(x)$?

$Q(x) = x^2$

$Q(x) = x^2 - 7x + 13$

$Q(x) = x^2 - 5x + 3$

$Q(x) = x^2 + 3$

Il suffit de développer $(x-2) \times (x^2 - 5x + 3) = x^3 - 5x^2 + 3x - 2x^2 + 10x - 6 = x^3 - 7x^2 + 13x - 6$

8. Soit P la fonction définie par $P(x) = x^4 + 4x^3 - 4x - 1$. Que vaut P' le polynôme dérivé de P ?

$P'(x) = 4x^3 + 12x^2 - 4$

$P'(x) = x^3 + 4x^2 - 4$

$P'(x) = 4x + 12$

$P'(x) = 4x^4 + 12x^3 - 4x - 1$

Il suffit de dériver terme à terme avec la dérivée de $x \mapsto x^n$ qui est $x \mapsto nx^{n-1}$.

9. P est un polynôme de degré 7 et Q est un polynôme de degré 3 alors $P \times Q$ est un polynôme de degré ?

Ca dépend

21

10

7

Le degré d'un produit de deux polynômes (non nuls) est la somme des degrés.

10. P est un polynôme de degré 17. Quel est le degré de P' , le polynôme dérivé ?

La dérivation fait diminuer le degré d'une unité (la dérivée de $x \mapsto x^n$ est $x \mapsto nx^{n-1}$), donc P' est de degré 16.