Eléments de corrigé

1. (u_n) est la suite définie par $u_n = \dfrac{\sqrt{3n+11}}{\sqrt{n^2+1}}$. Que vaut u_7 ?

$u_7 = \dfrac{\sqrt{3\times 7+11}}{\sqrt{7^2+1}} = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{50}} = \dfrac{\sqrt{2}\sqrt{16}}{\sqrt{2}\sqrt{25}} = \dfrac{4}{5}$

2. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite définie par $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$. Que vaut u_6 ?

On se ramène à la formule du binôme : $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k 1^{n-k} = 2^n$ donc $u_6 = 2^6 = 64$

3. (u_n) est une suite arithmétique de raison non nulle. (u_n) est-elle être bornée ?

☐ oui ☒ non ☐ cela dépend du premier terme

$u_n = u_0 + nr$ alors la suite ne peut pas être bornée.

4. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = -n^2 - 6n + 5$, quel est le sens de variations de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$?

☐ croissante ☒ décroissante ☐ non monotone

On peut utiliser $u_{n+1} - u_n$ ou se ramener à la fonction définie par $f(x) = -x^2 - 6x + 5$ qui est décroissante (sa dérivée est $f'(x) = -2x - 6$.

5. (u_n) est une suite définie par $u_{n+1} = u_n^2$, alors (u_n) est

☐ croissante ☐ décroissante ☒ ça dépend

En effet avec $0 < u_0 < 1$ ($u_0 = \dfrac{1}{2}$ par exemple), la suite est décroissante, alors qu'elle est croissante dès que $u_0 > 1$ ($u_0 = 2$ par exemple).

6. Une suite croissante n'est jamais bornée.

☐ vrai ☒ faux

La suite définie par $u_n = -\dfrac{1}{n+1}$ est croissante et bornée (comprise entre -1 et 0).

7. (u_n) est bornée si et seulement si $(|u_n|)$ est majorée.

☒ vrai ☐ faux

8. Que vaut $S = \displaystyle\sum_{k=1}^{9} 6k$ $S = 6\displaystyle\sum_{k=1}^{9} k = 6\times\dfrac{9\times 10}{2} = 270$?

9. (u_n) est une suite géométrique de premier terme 2 et de raison 3. Que vaut $\displaystyle\sum_{k=0}^{24} u_k$?

☐ 2×3^{24} ☒ $3^{25}-1$ ☐ $2\times 3^{\frac{24\times 25}{2}}$ ☐ $\dfrac{1-3^{25}}{2}$

$\displaystyle\sum_{k=0}^{24} u_k = \sum_{k=0}^{24} 2\times 3^k = 2\sum_{k=0}^{24} 3^k = 2\times\dfrac{1-3^{25}}{1-3} = 3^{25}-1$

10. (u_n) est une suite définie par $u_{n+1} = e^{-\sqrt{n^3+4}}$, alors (u_n) est

Plusieurs réponses sont possibles (évidemment !).

☒ minorée ☒ majorée ☒ bornée ☐ rien de tout cela

$-\sqrt{n^3+4} < 0$ donc $e^{-\sqrt{n^3+4}} < 1$ et l'exponentielle étant positive, on trouve $0 < u_n < 1$.