

Exercice d'entraînement pour le devoir en classe.

Exercice 1

Soit f l'application définie par $f : \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 + x_3 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer la matrice A associée à cette application f
2. Justifier que f est une application linéaire de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ dans $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$
3. Montrer que $\ker f = \text{Vect}(u_1)$ où u_1 est un vecteur de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ que l'on explicitera.
4. Déterminer $\text{Im } f$ (on en donnera une base (u_2, u_3))
5. Montrer que (u_1, u_2, u_3) est une base de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$