DM n° 1 - Révisions de TS - Indications

Exercice 1. Calculs

1. (a) Il suffit de calculer. Si cet exercice vous pose problème allez voir cette chaine vidéo pour revoir les bases.
   (b) Il ne faut surtout pas calculer les multiplications ! Il faut simplifier (voir cette vidéo si besoin)
   (c) Il y a plusieurs méthodes. La plus simple est de séparer la fraction en une soustraction de deux fractions puis d'utiliser la règle de simplification : $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

2. Penser à la quantité conjuguée ! Si besoin : aller voir ici les méthodes pour enlever les racines carrées du dénominateur.

3. Simplifier chacun des termes. Pour simplifier une racine carrée comme $\sqrt{12}$ ou $\sqrt{75}$: voir la méthode ici si vous ne vous en rappelez pas.
   Pour le terme $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$, voir ici pour revoir comment passer la racine au numérateur. Pour le terme $\sqrt{3^5}$ l'écrire sous la forme $\left(3^5\right)^{\frac{1}{2}}$ puis $3^n 3^{\frac{1}{2}}$ où n est un entier que je vous laisse déterminer.
   Se rappeler que $(a^n)^m = a^{nm}$ et que $a^{n+m} = a^n a^m$.

4. Revoir au besoin son cours de trigonométrie. Allez voir au besoin ce cours.

5. Se rappeler des formules d'addition (voir le formulaire complet ici) : $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$ et $\sin(a-b)$. Allez voir au besoin cette vidéo pour utiliser les formules de d'addition. Ou encore cette vidéo (mais Yvan Monka ne donne pas les formules d'addition dans le même ordre que moi...).

6. Se rappeler des égalités suivantes (voir la fiche de synthèse sur la fonction $\ln$ ici.
$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \ , \ \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \ , \ \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a \ , \ \ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}\ln a \ , \ \ln(a^n) = n\ln a.$$

7. Il suffit de développer et d'utiliser les règles de calcul avec l'exponentielle. Voir la fiche de synthèse ici si besoin.

8. Pour le domaine de définition, il faut que $x(3x+6)$ ne soit pas nul il faut donc exclure les deux valeurs pour lesquelles $x(3x+6)$ s'annule.
   Pour l'étude de signe, il faut faire un tableau de signes avec les 3 facteurs : $1-e^x$, x et $3x+6$.
   Si le signe de $1-e^x$ vous pose problème, allez voir ici.

9. C'est une inéquation du second degré : si on ne trouve pas une méthode directe, il suffit de tout développer et de tout passer à gauche puis d'étudier le signe du trinôme du second degré obtenu.

Exercice 2. Calculs de dérivées

Pour toutes les dérivées, voir le formulaire complet ici.

- La fonction f est de la forme $\sqrt{u}$. Voir ici pour revoir la technique.
- La fonction g est de la forme uv. Vous devez savoir faire cela. Si ce n'est pas le cas, il faut reprendre tout le cours sur la dérivée (par exemple visionner les vidéos de Hedacademy et notamment la vidéo n° 4 ou la partie DERIVATION du cours d'Yvan Monka de 1ère S ou de TS)
- La fonction h est de la forme $\dfrac{1}{u^4}$ ou u^{-4}, au choix.
- La fonction i est de la forme $\dfrac{u}{v}$.

Exercice 3. Calculs d'intégrales

Pour toutes les intégrales, voir le formulaire complet ici.

- L'intégrale I ne doit pas vous poser de problème. Sinon il faut reprendre le cours sur les intégrales à la base. Voir par exemple le chapitre INTEGRATION du cours d'Yvan Monka qui est progressif et bien présenté et notamment les 5 vidéos de calcul d'une primitive et les 4 vidéos de calcul d'une intégrale.
- **Pour les intégrales I, J, et K, il faut à chaque fois faire apparaître une constante pour obtenir un u'. Voir la vidéo d'Yvan Monka pour revoir (ou voir) cette méthode. Je la ré-expliquerai en début d'année.**

  - L'intégrande (c'est-à-dire la fonction à intégrer) de J est presque de la forme $u'e^u$. Il suffit de faire apparaître un 4 devant le e. Ce que l'on fait en écrivant que : $J = \int_0^1 \frac{1}{4} \times 4e^{4x-6}\mathrm{d}x$. Puis on peut primitiver à l'aide des formules.
  - L'intégrande (c'est-à-dire la fonction à intégrer) de K est presque de la forme $u' \sin(u)$. Il suffit de faire apparaître un 3 devant le $\sin$. Ce que l'on fait en écrivant que : $K = \int_0^{\pi \div 2} \frac{1}{3} \times 3\sin(3t)\,\mathrm{d}t$. Puis on peut primitiver à l'aide des formules.
  - L'intégrande (c'est-à-dire la fonction à intégrer) de L est presque de la forme $\frac{u'}{u}$. Il suffit de faire apparaître un 2 au numérateur. Ce que l'on fait en écrivant que : $L = \int_0^3 \frac{1}{2} \times \frac{2}{2t+3}\mathrm{d}t$. Puis on peut primitiver à l'aide des formules.

Exercice 4. Nombres complexes

1. Voir la vidéo d'Hedakademy pour revoir la méthode (celle d'Yvan Monka est plus compliquée).
2. Il faut reprendre les formes algébriques de z_1 et z_2. Voir cette vidéo d'Y. Monka si besoin pour revoir la méthode.
3. On a deux écritures de $\frac{z_1}{z_2}$: l'écriture algébrique et l'écriture exponentielle. Remplacer le $e^{i\theta}$ par $\cos\theta + i\sin\theta$ dans l'écriture exponentielle puis identifier avec la forme algébrique. Voir au besoin cette vidéo d'Y. Monka.

Exercice 5. Les suites

1. (a) Il est fondamental de bien savoir rédiger une démonstration par récurrence. Si vous avez encore des difficultés avec ce point, allez voir cette vidéo d'Hedacademy qui explique très bien et utilise la même rédaction que celle que je préconiserai.
   Vous pouvez aussi aller voir la question 1 de cette vidéo de Jaicompris.com qui traite une question très proche.

   (b) *Pour déterminer le sens de variation d'une suite, la technique n° 1 à utiliser est d'étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$. Nous reverrons tout cela, mais vous pouvez aller voir cette vidéo d'Hedacademy qui l'explique très bien . Vous pouvez aussi aller voir cette vidéo de Jaicompris.com qui explique les différentes méthode pour étudier les variations d'une suite.*
   Ici on peut prouver que $u_{n+1} - u_n = \sqrt{u_n}\left(\sqrt{2} - \sqrt{u_n}\right)$ et en déduire (en justifiant proprement le fait que tout ça est positif) que la suite est croissante.

   (c) C'est une question classique ! Vous venez de prouver que la suite est croissante. Ne serait-elle pas majorée par hasard ? Que dire d'une suite croissante et majorée ?

2. Toute cette question est un enchainement ultra-classique d'étude via une suite auxiliaire. Allez par exemple voir cette vidéo d'Hedacademy pour un exemple sur une autre suite.

   (a) Il suffit de montrer que $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$.

(b)
- Pour l'expression de (v_n), c'est une suite géométrique. Vous devez connaître l'expression d'une suite géométrique. Sinon il faut vraiment revoir tout le cours de 1ère S et de TS sur les suites...
- Exprimer u_n en fonction de v_n puis remplacer v_n par l'expression trouvée juste avant. **Vous devez trouver :** $u_n = e^{-\ln 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \ln 2}$

(c) Il suffit de déterminer la limite de $-\ln 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \ln 2$ puis d'en déduire celle de u_n (vous devez trouver 2). Ça ne devrait pas vous poser de gros problème. Sinon il faut revoir les limites des suites (sur le site d'Y. Monka par exemple) et notamment cette vidéo d'Y. Monka qui traite de limites similaires.

Exercice 6. Étude de fonction

1. (a) Il suffit de dériver et de constater que la dérivée est strictement positive sur $\mathbb{R}$. Vous devez trouver $f'(x) = \dfrac{28e^x}{(e^x+7)^2}$.

   (b) Je vous laisse chercher !

   (c) Il suffit de calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. L'expression qu'on a obtenue à la question 1.b rend les calculs très simples.

2. Il suffit d'utiliser la formule de l'équation de la tangente au point d'abscisse a :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

   En remplaçant a par $\ln 7$.

3. (a) Le mieux est ici d'utiliser l'expression de départ de f, $f(x) = \dfrac{4e^x}{e^x+7}$, qui est presque de la forme $\dfrac{u'}{u}$.

   (b) Rappel : la moyenne μ d'une fonction continue sur un intervalle $[a, b]$ est donnée par :

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$$

   .