

ECS1 - PV - Cahier de Texte

Table des matières

Devoirs à faire en cours.	2
Semaine du 21/9/20	3
Cours du vendredi 21/9/20	3
Semaine du 14/9/20	4
Cours du vendredi 18/9/20	4
TD du vendredi 18/9/20	5
Cours du jeudi 17/9/20	6
Cours du mercredi 16/9/20	7
Cours du mardi 15/9/20	8
Semaine du 7/9/20	9
Cours du vendredi 11/9/20	9
Cours du jeudi 10/9/20	10
Cours du mercredi 9/9/20	11
Cours du mardi 8/9/20	12
Semaine du 31/8/20	13
Cours du vendredi 4/9/20	13
Cours du jeudi 3/9/20	13
Cours du mercredi 2/9/20	14

Devoirs à faire en cours.

Pour mercredi 23/9 : Lire les pages 1 à 5 du [Chapitre n° 2](#) en complétant les trous et cherchant les exercices de cours.

Pour vendredi 25/9 : Faire le [DM n° 2](#).

Semaine du 21/9/20**Cours du mardi 22/9/20****Contenu du Cours**

- **Correction des exercices.**
- **Cours**
 - Croissance comparée des fonctions : suite et fin
 - Limites de taux d'accroissement.

Devoirs :

- **Pour mercredi 23/9** : Lire les pages 1 à 5 du [Chapitre n°2](#) en complétant les trous et cherchant les exercices de cours.

Semaine du 14/9/20**Cours du vendredi 18/9/20****Contenu du Cours**

Calculs de début d'heure.

• **Cours**– **2.7 - Fonction partie entière**

- * Définition
- * Proposition : encadrement
- * Exercice de cours (énoncé uniquement).

– **4.4.3 - Croissances comparées pour les fonctions**

- puissance de x et puissance \ln .
- puissance de x et exponentielle.

Devoirs :

- **Pour mardi 22/9** : Chercher l'exercice de cours sur la partie entière (prouver que $\lfloor a \rfloor + \lfloor b \rfloor \leq \lfloor a + b \rfloor \leq \lfloor a \rfloor + \lfloor b \rfloor + 1$.)
- **Pour vendredi 25/9** : Faire le [DM n°2](#).

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :**Connaissances attendues****Partie Entière**

- Connaître la définition de la partie entière d'un réel x , $\lfloor x \rfloor$.
- Connaître les deux encadrements suivants, valables pour tout réel x :
 - $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.
 - $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$.

Croissances comparées

- Connaître les limites de croissances comparées suivantes :

$$* \forall \alpha > 0, \forall \beta > 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{(\ln x)^\beta} = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^\beta}{x^\alpha} = 0.$$

$$* \forall \alpha > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha (\ln x)^n = 0.$$

$$* \forall \alpha > 0, \forall \gamma > 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{e^{\gamma x}} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\gamma x}}{x^\alpha} = +\infty.$$

$$* \forall n \in \mathbb{N}^*, \forall \gamma > 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha e^{\gamma x} = 0.$$

Compétences attendues

Pas de compétence particulière attendue sur cette partie du cours pour l'instant.

TD du vendredi 18/9/20**Contenu du TD**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Correction de l'exercice 7 de la [feuilles d'exercices n° 1 - compléments](#).

- **Cours**

- **2.6 - Fonction valeur absolue - suite**

- * **Méthode** : résolution d'inéquations avec une valeur absolue.

- Exemple 1 : $|x^2 - 5| \leq 4$.

- Exemple 2 : $|3x^3 - 1| > 3$.

- **Exercices**

- Exercice 9 de la [feuilles d'exercices n° 1 - compléments](#) - Questions 1 et 2.

Devoirs :

- **Pour mardi 22/9 :**

- Faire l'exercice suivant :

1. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > x$.

Indication : Étudier la fonction $h : x \mapsto e^x - x$.

2. En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}_+, e^x > \frac{x^2}{2}$.

Indication : Étudier la fonction $f : x \mapsto e^x - \frac{x^2}{2}$.

3. En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.

4. (★★★) En déduire que $\forall \alpha > 0, \forall \gamma > 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\gamma x}}{x^\alpha} = +\infty$.

Indication : Poser $X = x^{\frac{\gamma}{\alpha}}$

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :**Connaissances attendues**

- Savoir pour deux réels a et b : $|a| = |b| \iff a = b$ ou $a = -b$.
- Savoir que si b est un réel positif, $|a| \leq b \iff -b \leq a \leq b$ et $|a| \geq b \iff a \leq -b$ ou $a \geq b$.
- Savoir qu'il n'est pas possible de traduire facilement $|a| \leq |b|$.

Compétences attendues

- **Équations avec valeur absolue (suite)**

- Savoir résoudre une équation se ramenant à $|a| = |b|$.

- Savoir résoudre une équation avec valeurs absolues en procédant par disjonction des cas : c'est la question 6 de l'exercice 7 de la [feuilles d'exercices n° 1 - compléments](#).

- **Inéquations avec valeur absolue**

- Savoir résoudre une inéquation se ramenant à $|a| \leq b$ avec b positif (c'est la question 1 de l'exercice 9 de la [feuilles d'exercices n° 1 - compléments](#)) ou se ramenant à $|a| \geq b$ (exemple 3 du cours).

- Savoir résoudre une inéquation avec valeurs absolues en procédant par disjonction des cas : c'est la question 2 de l'exercice 9 de la [feuilles d'exercices n° 1 - compléments](#).

Cours du jeudi 17/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Correction de la question 1.c du sujet d'[ECRICOME 2015](#)

- **Cours**

- **2.6 - Fonction valeur absolue.**

- * Définition.
- * Interprétation de $|a - b|$ comme une distance.
- * Règles de calcul avec une valeur absolue et inégalité triangulaire
- * Démonstration de l'inégalité triangulaire
- * **Méthode** : résolution d'équations avec une valeur absolue.
 - Exemple 1 : $|x - 4| = 5$.
 - résolution en interprétant $|x - 4|$ comme une distance.
 - Résolution en utilisant le fait que $|a| = 5 \iff a = 5$ ou $a = -5$.

Devoirs :

- **Pour vendredi 18/9 :**

- Faire l'exercice 7 de la [feuille de complément n°2 de la FE01](#).

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **Valeur absolue**

- Connaître la définition de $|x|$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- Connaître l'interprétation de $|a - b|$.
- Connaître les règles de calcul avec une valeur absolue :
 1. $|ab|, \left|\frac{a}{b}\right|, \left|\frac{1}{a}\right|, |a^n|$
 2. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (Inégalité triangulaire)
 3. $|a - b| \geq \left||a| - |b|\right|$ (Inégalité triangulaire 2)
- Savoir que $|a|^2 = a^2$ et savoir qu'un nombre est toujours inférieur ou égal à sa valeur absolue.
- Savoir démontrer l'inégalité triangulaire.
- Savoir résoudre l'équation $|x - 4| = 5$ dans \mathbb{R} .

Cours du mercredi 16/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Correction de la question 1b du sujet d'ECRICOME 2015

- **Cours**

- 4.4.2 limites de fonctions

- * 4.4.2.1 - limites de x^n et $\frac{1}{x^n}$ en $+\infty$ et $-\infty$.

- * 4.4.2.2 - limites des autres fonctions usuelles

- Limites de $\sqrt[n]{x}$ en $+\infty$ et, si n impair, en $-\infty$.
- Limites aux bornes de leur domaine de Exp et Ln.
- Calcul d'une limite avec $|x|$.

- **Exercice**

- Premières questions de l'exercice 1 de la [feuille de complément n° 2 de la FE01](#).

Devoirs :

- **Pour jeudi 17/9 :**

- Faire la 1.c d'ECRICOME 2015
- Faire les 3 questions suivantes de l'exercice 1 de la [feuille de complément n° 2 de la FE01](#).

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **Limites usuelles - limites de fonctions**

- Connaître parfaitement les limites suivantes :

- * Pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n}$.

- * Pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x}$ et lorsque n est impair $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[n]{x}$.

- * Savoir donner les limites aux bornes de leur domaine des fonctions Exp et Ln (donc connaître $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$, $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x$).

- Savoir calculer une limite avec $|x|$. Savoir notamment refaire l'exemple du cours.

Cours du mardi 15/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Correction de la question 4 du sujet d'EDHEC 2017
- Correction de la question 1.a du sujet d'ECRICOME 2015

- **Cours**

- **Méthode** : Utilisation des croissances comparées pour déterminer des limites.
- Ajout de la troisième croissance comparée de suites.

Devoirs :

- **Pour mercredi 16/9 :**

- Faire la question 1.b d'ECRICOME 2015

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **Limites usuelles - limites de suites**

- Connaître les limites de croissances comparées :

- * $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{(\ln n)^\beta}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^\beta}{n^\alpha}$ dans le cas où $\alpha > 0$ et $\beta > 0$.

- * $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{q^n}{n^\alpha}$ dans le cas où $q > 1$ et $\alpha > 0$.

- * $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n n^\alpha$ dans le cas où $q \in]-1, 1[$ et $\alpha > 0$.

- * $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{q^n}{(\ln n)^\beta}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^\beta}{q^n}$ dans le cas où $q > 1$ et $\beta > 0$.

- * $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n (\ln n)^\beta$ dans le cas où $q \in]-1, 1[$ et $\beta > 0$.

- Savoir parfaitement refaire les exemples du cours.

Semaine du 7/9/20**Cours du vendredi 11/9/20****TD**

- **EDHEC 2017 - Exercice 1**

- Questions 2 - 3a et 3b

Contenu du cours

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Correction de la fin de l'exemple (étude des variations de $x \mapsto x^x$).

- **Cours**

- Limites usuelles - limites de suites

- * limite de n^α

- * limite de α^n

- * Croissances comparées

Devoirs :

- **Pour mardi 15/9 :**

- Faire la question 4 d'EDHEC 2017

- Faire la première question d'ECRISOME 2015

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **Limites usuelles - limites de suites**

- connaître la limite de (n^α) dans le cas $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$.

- Connaître la limite (ou l'absence de limite) de (α^n) dans les 3 cas.

- **Croissances comparées :**

- * Connaître les limites de croissances comparées :

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{(\ln n)^\beta}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^\beta}{n^\alpha}$ dans le cas où $\alpha > 0$ et $\beta > 0$.

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{q^n}{n^\alpha}$ dans le cas où $q > 1$ et $\alpha > 0$.

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n n^\alpha$ dans le cas où $q \in]-1, 1[$ et $\alpha > 0$.

- * Savoir parfaitement refaire les exemples du cours.

Cours du jeudi 10/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Correction des exercices de cours 2 et 3 du chapitre 1

- **Cours**

- ajout de deux parties manuscrites dans le cours :
 - * 2.3 - Racines n -ièmes d'un réel - fonctions racine n -ième.
 - * 4.3 - Puissance réelle : a^b avec $a > 0$ et $b \in \mathbb{R}$:
- Rappels très rapide sur la fonction exponentielle et la fonction \ln .

Devoirs :

- **Pour vendredi 11/9 :**

- Etudier les variations de $f : x \mapsto x^x$.

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **Racine n -ième**

- Connaître la définition de la racine n -ième d'un réel dans le cas où n est pair et où n est impair.
- Savoir que si n est pair alors $\sqrt[n]{x}$ n'est définie que si x est positif et est toujours positif. Alors que si n est impair, $\sqrt[n]{x}$ est défini pour tout réel x et est du même signe que x .
- Connaître la notation $x^{\frac{1}{n}}$.
- Savoir donner $\sqrt[3]{-8}$ et savoir que $\sqrt[4]{-8}$ n'existe pas.
- Savoir résoudre (dans \mathbb{R}) les équations $x^n = a$ selon que n est pair ou impair.
- Connaître l'allure des courbes des fonction racine n -ième (voir la carte d'identité des fonctions). Connaître en particulier la position relative des courbes de $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \sqrt[3]{x}$, $x \mapsto \sqrt[4]{x}$, $x \mapsto \sqrt[5]{x}$.

- **Fonction exponentielle et \ln**

- Connaître toutes les propriétés de ces fonctions vues en terminale. Revoir si besoin le cours de terminale S !

- **Puissance réelle**

- Savoir que lorsque a est un réel strictement positif et b réel quelconque, $a^b = e^{b \ln a}$.
- Savoir utiliser cette écriture pour :
 - * Déterminer la limite quand $n \rightarrow +\infty$ de u_n^n lorsque (u_n) est une suite qui tend vers 2.
 - * Déterminer la limite quand $n \rightarrow +\infty$ de $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
 - * Étudier la fonction f définie sur \mathbb{R}_+^* par : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, f(x) = x^x$ (Ecricome 1996).
 1. Déterminer la limite de f en 0 et en 1.
 2. Justifier que f est dérivable et la dériver pour étudier ses variations.

Cours du mercredi 9/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

• **Cours**

- Correction de l'erreur dans le deuxième point de la proposition 3.
- Remplissage du poly du cours (chap 1) de la page 15 au haut de la page 17 et exercice de cours 1.
- Ajout d'une partie 4.1.3 manuscrite sur le changement de variables dans un calcul de limite.
 - * Composée de deux fonctions
 - * Fonctions paires et impaires
 - * Début de la périodicité.

Devoirs :• **Pour jeudi 10/9 :**

- Finir les exercices de cours 2 et 3.

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :• **Composée de deux fonctions**

- connaître la notation $f \circ g$. Savoir que en général $f \circ g \neq g \circ f$.
- Savoir refaire l'exercice de cours 1 . Donc savoir :
 - * Déterminer le domaine de définition de la composée de deux fonctions.
 - * Déterminer l'expression de la composée de deux fonctions.
- Connaître le critère de monotonie d'une composée (proposition 15). Se rappeler qu'il s'agit d'une sorte de règle des signes.
- Savoir effectuer un changement de variables pour calculer une limite. Savoir refaire tous les exemples donnés en cours :
 1. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x) \ln(1-x)$.
 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^2 - \ln(x^3) + 1$
 3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{x}}$.

• **Parité**

- **Connaître par cœur** la définition de la notion de fonction paire et impaire (déf 13)
- Savoir que la seule fonction paire et impaire est la fonction nulle **et savoir le prouver**
- Connaître la symétrie des courbes des fonctions paires et impaires (prop 17)

• **Périodicité**

- **Connaître par cœur** la définition de la notion de fonction périodique (def 14). Avoir compris graphiquement ce qu'est une fonction périodique et ce qu'est une période.

Cours du mardi 8/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**

- Exercice 2 feuille 1
- Exercice 5 feuille 1

- **Cours**

- *Pas de cours aujourd'hui!*

Devoirs :

- **Pour vendredi 14/9 :**

- *Réviser pour le DS!*

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- Savoir refaire les deux exercices que nous avons corrigés aujourd'hui.

Semaine du 31/8/20**Cours du vendredi 4/9/20****Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**
 - Exercice 1 feuille 1 questions 4 et 5
- **Cours**
 - Dérivabilité : définition et formules

Devoirs :

- **Pour mardi 8/9 :**
 - Exercice 2 feuille 1 questions 3 à 7.
 - Exercice 5 feuille 1

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **TD**
 - Savoir refaire l'exercice 2 de la feuille 1 !
- **Dérivabilité**
 - **Connaître par cœur** la définition de la dérivée d'une fonction en un point.
 - **Savoir démontrer que la fonction racine carrée est dérivable sur \mathbb{R}_+^* et déterminer sa dérivée (c'est l'exemple 16).**
 - **Connaître par cœur** la formule de l'équation de la tangente en un point (remarque après l'exemple 16)
 - **Connaître par cœur** la proposition 11 : dérivable implique continue.
 - Connaître la proposition 12
 - **Connaître par cœur** toutes les formules de dérivation (propositions 13 et 14).

Cours du jeudi 3/9/20**Contenu du cours**

Calculs de début d'heure.

- **Correction d'exercices**
 - Exercice 1 feuille 1 questions 1 à 3.
- **Cours**
 - Continuité, fonction continue sur un intervalle
 - Bijection entre deux intervalles.
 - Image d'une intervalle par une fonction, image d'un intervalle par une fonction continue.
 - Théorème de la bijection : Exemple 14 et début de la question 2 de l'exemple 15.

Devoirs :

- **Pour vendredi 4/9 :**
 - Exercice 1 feuille 1 questions 4 et 5.
 - Faire les questions 1 et 3 de l'exemple 15 du cours.

A retenir (basique en noir, avancé en rouge) :

- **Continuite**
 - La seule fonction de référence qui n'est pas continue est la fonction partie entière.
 - Savoir reconnaître une fonction qui n'est pas continue sur un graphique.
 - Savoir que la fonction inverse est continue.
 - Savoir refaire le tracé de la première fonction de l'exemple 11.
- **Bijection**
 - **Connaître par cœur** la définition d'une bijection de I sur J : définition 8. Savoir la lire correctement.
 - **Savoir refaire parfaitement l'exemple 12**
 - **Connaître par cœur** la définition de l'image d'un intervalle : définition 9, mais uniquement les deux premières lignes (inutile de retenir la partie : $f(I) = \{ f(x) | x \in I \}$.)
 - **Connaître et comprendre la partie $f(I) = \{ f(x) | x \in I \}$ de la définition 9.**
 - **Savoir refaire parfaitement l'exemple 13**
 - **Connaître par cœur** la proposition 9 : image d'un intervalle par une fonction continue.
 - **Connaître par cœur** la proposition 10 : théorème de la bijection.
 - Savoir parfaitement refaire l'exemple 14, apprendre comment rédiger cet exemple.

Cours du mercredi 2/9/20**Contenu du cours****Calculs de début d'heure.**

- **Cours**
 - Notion de fonction, définitions et notations.
 - Croissance, décroissance d'une fonction sur un intervalle.
 - Fonctions puissances entière.
 - Fonctions polynômes et fonctions rationnelles, limites de ces fonctions.

Devoirs :

- **Pour jeudi 3/9 :**
 - Faire l'exercice 1 de la feuille d'exercices n° 1.

A retenir (niveau basique) :**• Généralités sur les fonctions**

- Ne pas confondre f et $f(x)$ et plus généralement ne pas confondre les objets mathématiques.
- Savoir parfaitement refaire l'exemple 2 (Chercher un domaine de définition).
- Savoir qu'on peut restreindre le domaine d'une fonction (exemple 3)
- Savoir parfaitement refaire l'exemple 4 (croissance et décroissance).

• Fonctions de référence

- **Fonction carré** : Avoir bien compris et savoir compléter la proposition 2 pour ne pas faire d'erreur lorsqu'il y a des carrés dans des égalités ou des inégalités
- **Fonctions puissance** :
 - * Connaître les formules de $(a + b)^3$ et de $(a - b)^3$.
 - * Connaître les allures des courbes des fonctions carré, cube, puissance 4, puissance 5 et de manière générale celle des courbes des fonctions "puissance n ".
 - * Savoir comparer des puissances d'un même nombre (proposition 3)
 - * Savoir parfaitement refaire l'exemple 5
- **Fonctions polynômes et rationnelles** :
 - * Savoir reconnaître une fonction polynôme et donner son degré (exemple 6) et savoir reconnaître une fonction rationnelle (exemple 7)
 - * Savoir déterminer simplement la limite en $+\infty$ ou en $-\infty$ d'un polynôme ou d'une fonction rationnelle (exemples 8 et 9 du cours).

A retenir (niveau avancé) :**• Généralités sur les fonctions**

- Savoir donner la définition formelle de la courbe d'une fonction (définition 3).
- Savoir donner la définition d'une fonction croissante, décroissante, strictement croissante ou strictement décroissante (def 4).

• Fonctions de référence**– Fonctions puissance :**

- * Connaître les formules de $(a + b)^4$ et de $(a - b)^4$. Connaître la forme générale (début et fin) de $(a + b)^n$.