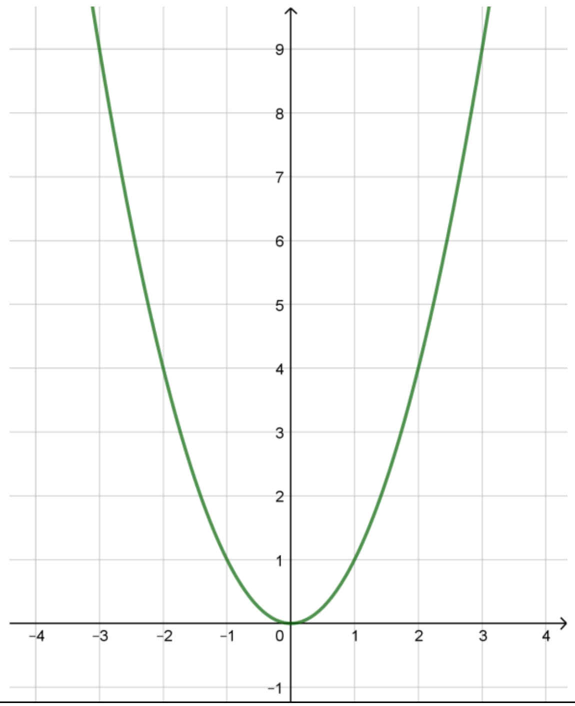
Fonction Carré

Définition :	$x \mapsto x^2$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$



Limites	
$\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto 2x$	$x \mapsto \dfrac{x^3}{3} + C$
Si u est dérivable sur I alors u^2 est dérivable sur I et : $(u^2)' = 2u'u$	Si u est dérivable sur I : $u'u^2$ *a pour primitive* $\dfrac{u^3}{3}$

Propriétés algébriques :	
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	$(ab)^2 = a^2b^2$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = \dfrac{a^2}{b^2}$ $\left(\dfrac{1}{a}\right)^2 = \dfrac{1}{a^2}$

Manipulation des égalités et des inégalités :

Si a et b sont deux réels **quelconques** :

Si $a = b$ Alors $a^2 = b^2$.

Si $a^2 = b^2$ Alors $a = b$ ou $a = -b$.

Si $a \leq b$ ou si $a^2 \leq b^2$, on ne peut rien dire si on ne connaît pas le signe de a et b.

Si a et b sont deux réels **positifs (*)** :

$$a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$$
$$a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$$
$$a \leq b \Leftrightarrow a^2 \leq b^2$$

Si a et b sont deux réels **négatifs (*)** :

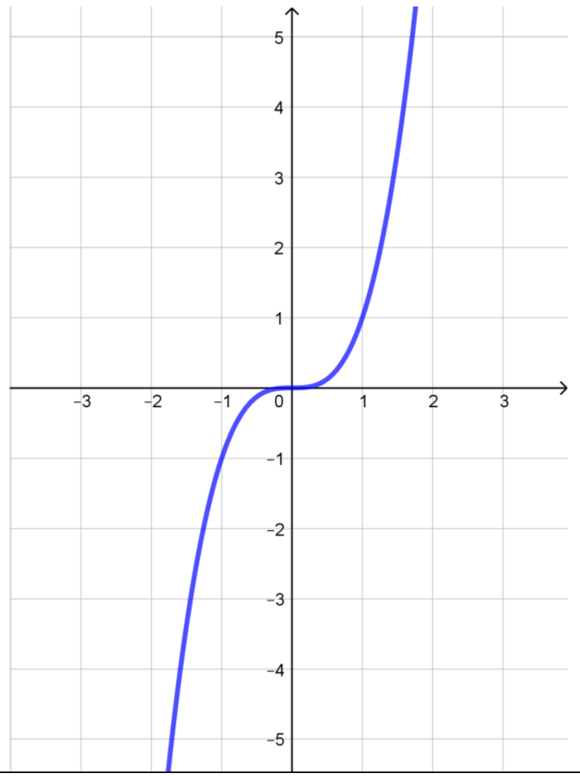
$$a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$$
$$a < b \Leftrightarrow a^2 > b^2$$
$$a \leq b \Leftrightarrow a^2 \geq b^2$$

***(*)** : toutes ces propriétés sont des conséquences directes des variations de la fonction carré.*

Fonction Cube

Définition :	$x \mapsto x^3$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$



Limites	
$\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto 3x^2$	$x \mapsto \frac{x^4}{4} + C$
Si u est dérivable sur I alors u^3 est dérivable sur I et : $(u^3)' = 3u'u^2$	Si u est dérivable sur I : $u'u^3$ *a pour primitive* $\frac{u^4}{4}$

Propriétés algébriques :	
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	$(ab)^3 = a^3b^3$ $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a^3}{b^3}$ $\left(\frac{1}{a}\right)^3 = \frac{1}{a^3}$

Manipulation des égalités et des inégalités :

Si a et b sont deux réels **quelconques** :

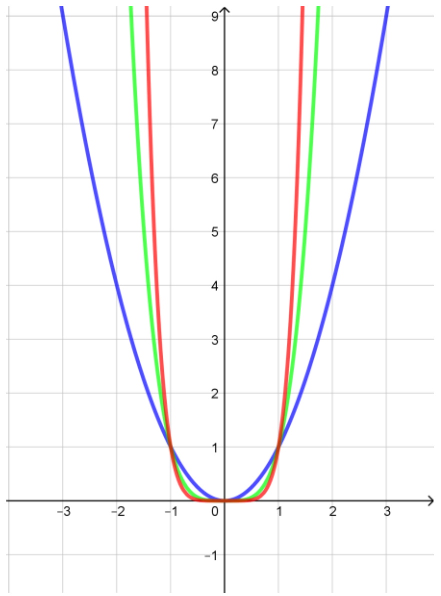
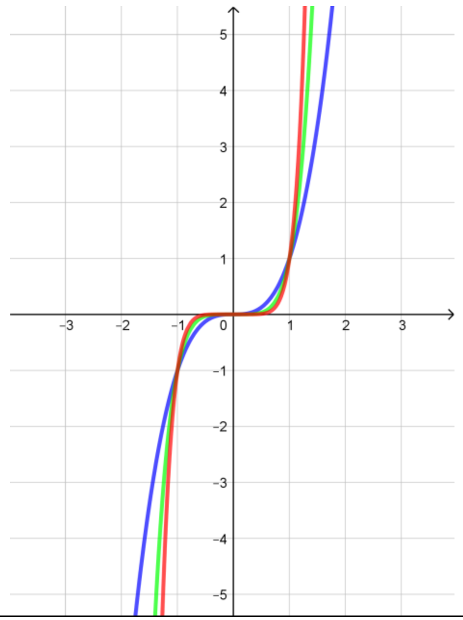
$$a = b \Leftrightarrow a^3 = b^3$$
$$a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$$
$$a \leq b \Leftrightarrow a^3 \leq b^3$$

Ces propriétés sont des conséquences directes de la croissance stricte de la fonction Cube.

Fonctions Puissance Entière Positive

Définition :	$\boldsymbol{x \mapsto x^n}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Si n est pair	Si n est impair
	

Limites

Si n est pair :

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$

Si n est impair :

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = -\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$

Dérivée	Primitives
$\boldsymbol{x \mapsto n x^{n-1}}$	$\boldsymbol{x \mapsto \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C}$
Si u est dérivable sur I alors u^3 est dérivable sur I et : $\boldsymbol{(u^n)' = n u' u^{n-1}}$	Si u est dérivable sur I : $\boldsymbol{u' u^n}$ *a pour primitive* $\boldsymbol{\dfrac{u^{n+1}}{n+1}}$

Propriétés algébriques :

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2} \cdots + \frac{n(n-1)}{2}b^{n-2} + nb^{n-1} + b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

$$(a-b)^n = \big(a + (-b)\big)^n$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + a^2 b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$= (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k} b^k = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$$

$$(ab)^n = a^n b^m \ ; \ \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \ ; \ \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n} \ ; \ (a^n)^m = a^{nm}$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1 \text{ si } n \text{ pair} \\ (-1) \text{ si } n \text{ impair} \end{cases}$$

Manipulation des égalités et des inégalités :

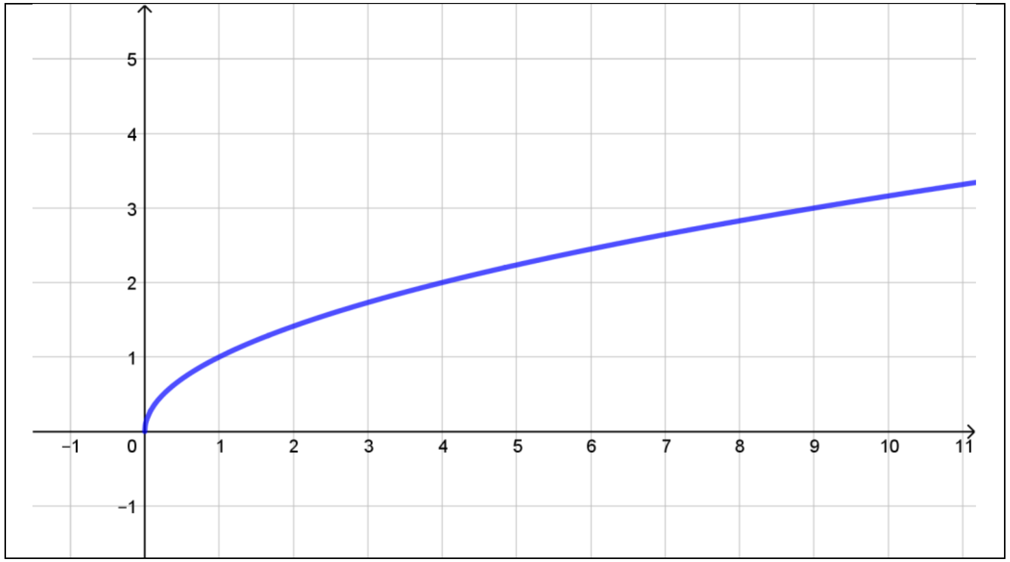
Si n est pair et $n \geq 2$, même propriétés que le carré.

Si n est impair, même propriétés que le cube.

Fonctions Racine Carrée

Définition :	$x \mapsto \sqrt{x}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}_+$	$\mathbb{R}_+^*$



Limites

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

Limites de taux d'accroissement

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}}{x} = \frac{1}{2}$$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x \mapsto \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$
Si u est dérivable **et strictement positive** sur I alors $\sqrt{u}$ est dérivable sur I et : $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$	Si u est dérivable **et positive** sur I $u'\sqrt{u}$ *a pour primitive* $\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}$

Propriétés algébriques :

Si a est un réel positif :

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Si a est un réel quelconque :

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Ne pas confondre ces deux égalités !!!

Si a et b sont deux réels positifs (non nuls si besoin) :

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \; ; \; \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \; ; \; \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \; ; \; \frac{\sqrt{a}}{a} = \frac{1}{\sqrt{a}} \; ; \; \left(\sqrt{a}\right)^n = \sqrt{a^n}$$

Manipulation des égalités et des inégalités :

Si a et b sont deux réels positifs (non nuls si besoin) :

$$a = b \Leftrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}$$
$$a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$$
$$a \leq b \Leftrightarrow \sqrt{a} \leq \sqrt{b}$$

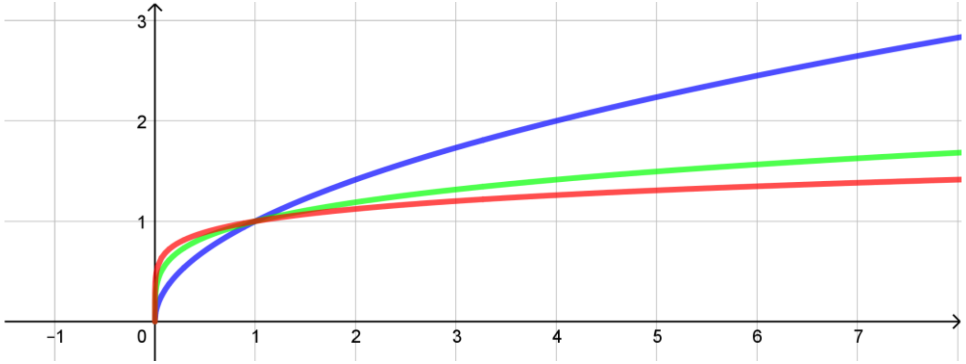
Ces propriétés sont des conséquences directes de la croissance stricte de la fonction Racine Carrée.

Fonction Racine n-ième

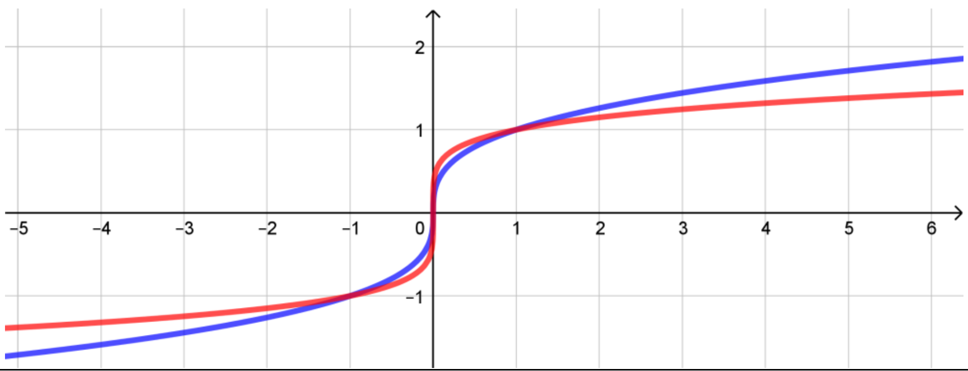
Définition :	$$x \mapsto x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}_+$ **si n est pair** $\mathbb{R}$ **si n est impair**	$\mathbb{R}_+^*$ **si n est pair** $\mathbb{R}^*$ **si n est impair**

Si n est pair :



Si n est impair :



Limites :	
Si n est impair : $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt[n]{x} = -\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1}$	$x \mapsto \frac{x^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1} + C$

Propriétés algébriques :

En écrivant $\sqrt[n]{x}$ ous la forme $x^{\frac{1}{n}}$, on s'aperçoit qu'une racine n-ième n'est autre qu'une puissance $\frac{1}{n}$-ième et qu'elle a donc les même propriétés algébrique qu'une puissance.

Manipulation des égalités et des inégalités :

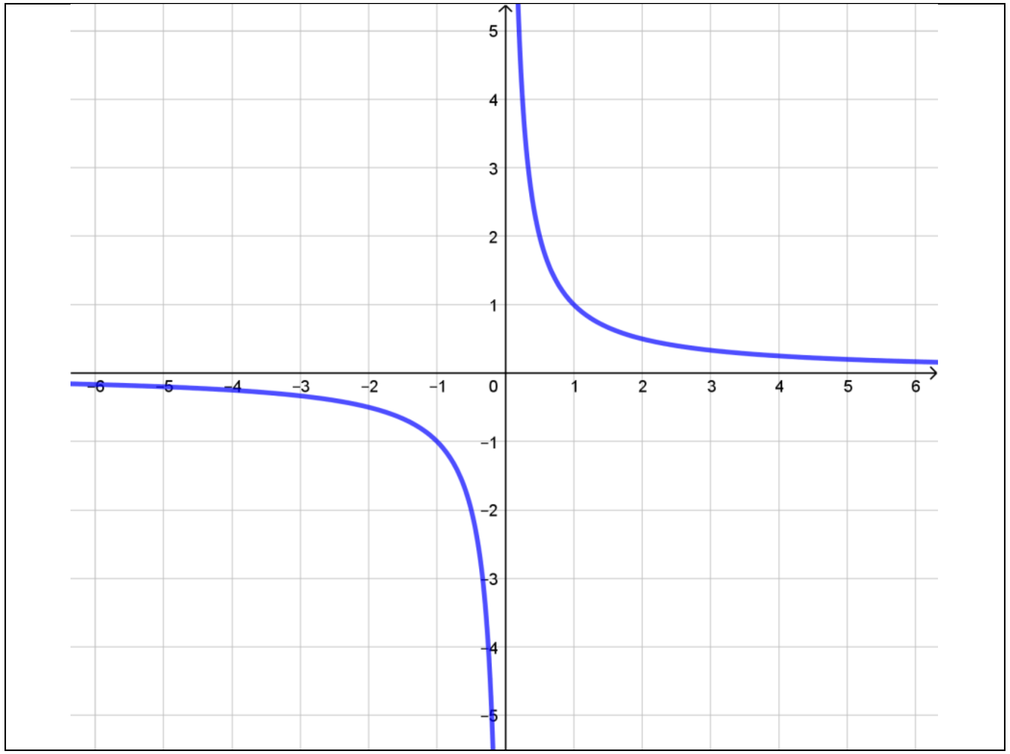
Si n est pair, il faut faire attention que les nombres soient bien positifs avant d'appliquer une racine n-ième

Si n est impair, il n'y a aucune précaution à prendre : la fonction racine n-ième étant strictement croissante, on peut l'appliquer à tous les membres d'une égalité ou d'une inégalité.

Fonction Inverse

Définition :	$\boldsymbol{x \mapsto \dfrac{1}{x}}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$



Limites	
$\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0$	$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$
$\displaystyle\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$	$\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

Dérivée	Primitives
$\boldsymbol{x \mapsto -\dfrac{1}{x^2}}$	$\boldsymbol{x \mapsto \ln\|x\| + C}$
Si u est dérivable **et ne s'annule pas** sur I alors $\frac{1}{u}$ est dérivable sur I et : $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$	Si u est dérivable **et positive** sur I $\dfrac{u'}{u}$ *a pour primitive* $\ln\|u\|$

Propriétés algébriques (opérations sur les fractions) :

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad+bc}{bd}$ (mise au même dénominateur)

$a \times \dfrac{b}{c} = \dfrac{ab}{c}$; $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$; $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$\dfrac{1}{\frac{1}{a}} = a$; $\dfrac{1}{\frac{a}{b}} = \dfrac{b}{a}$; $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{1}{c} = \dfrac{a}{bc}$; $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \dfrac{c}{b} = \dfrac{ac}{b}$

Simplification : $\frac{a\times b}{a\times c} = \frac{b}{c}$ attention : on ne peut pas simplifier $\frac{a+b}{a+c}$!!

Manipulation des égalités et des inégalités :

Si a et b sont deux réels **non nuls et de même signe** :

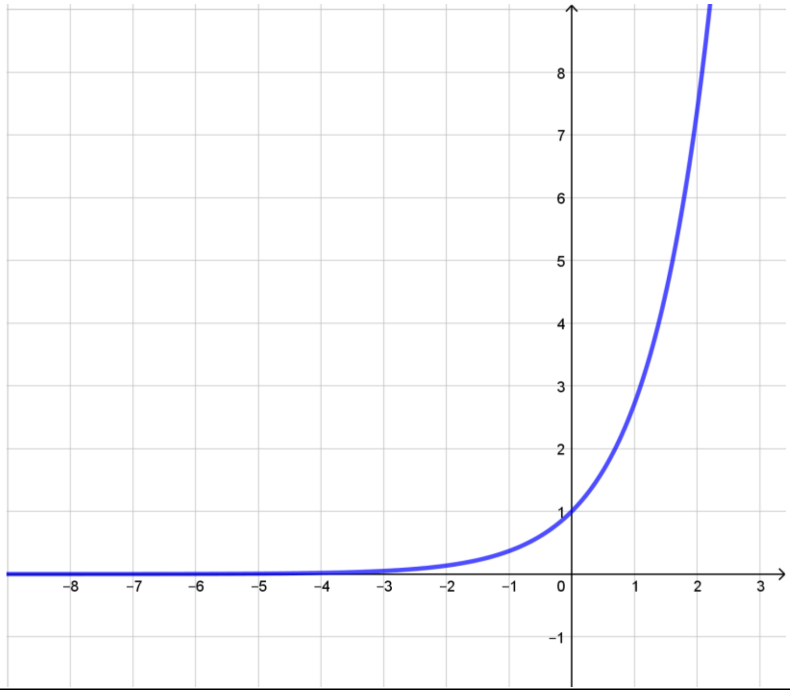
$$a = b \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b}$$
$$a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$
$$a \leq b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

Ces propriétés sont des conséquences directes de la décroissance stricte de la fonction Inverse.

Fonction Exponentielle

Définition :	$\boldsymbol{x \mapsto e^x}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$



Limites aux bornes du domaine	
$\boldsymbol{\lim_{x \to -\infty} e^x = 0}$	$\boldsymbol{\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty}$

Limites de taux d'accroissement
$\boldsymbol{\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1}$

Dérivée	Primitives
$\boldsymbol{x \mapsto e^x}$	$\boldsymbol{x \mapsto e^x + C}$
Si u est dérivable sur I alors e^u est dérivable sur I et : $\boldsymbol{(e^u)' = u'e^u}$	Si u est dérivable sur I : $\boldsymbol{u'e^u}$ *a pour primitive* $\boldsymbol{e^u}$

Propriétés algébriques et valeurs particulières :	
$e^{a+b} = e^a e^b$ $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$	$(e^a)^n = e^{na}$ $e^0 = 1$ $e^1 = e$

Manipulation des égalités et des inégalités :

Si a et b sont deux réels **quelconques** :

$$a = b \Leftrightarrow e^a = e^b$$
$$a < b \Leftrightarrow e^a < e^b$$
$$a \leq b \Leftrightarrow e^a \leq e^b$$

Ces propriétés sont des conséquences directes de la croissance stricte de la fonction Exponentielle.

Limites de croissances comparées

$\boldsymbol{\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0,}$

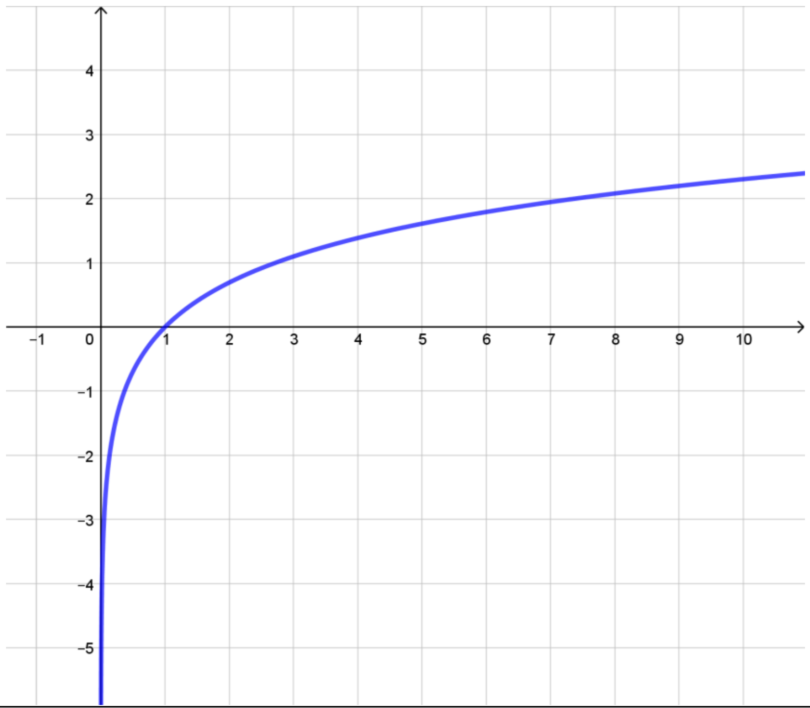
$$\boldsymbol{\lim_{x \to -\infty} x^\alpha e^{\beta x} = 0} \qquad \boldsymbol{\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{\beta x}}{x^\alpha} = 0}$$

Avec $\alpha = \beta = 1$, on retrouve les croissances comparées vues au lycée.

Fonction Logarithme Népérien

Définition :	$\boldsymbol{x \mapsto \ln x}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$



Limites aux bornes du domaine

$\displaystyle\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$	$\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

Limites de taux d'accroissement

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto \dfrac{1}{x}$	$\boldsymbol{x \mapsto x\ln x - x + C}$ *Ne pas apprendre par cœur, à savoir retrouver par IPP*
Si u est dérivable et strictement positive sur I alors $\ln u$ est dérivable sur I et : $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$	Si u est dérivable et strictement positive sur I : $\boldsymbol{u' \ln u}$ *a pour primitive* $\boldsymbol{u \ln u - u}$ **(résultat à ne surtout pas retenir)**

Propriétés algébriques et valeurs particulières :

a et b sont deux réels strictement positifs.

$\ln ab = \ln a + \ln b$ $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$ $\ln\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\ln a$	$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \quad \alpha \ln a = \ln(a^\alpha)$ $\ln 1 = 0$ $\ln e = 1$

Manipulation des égalités et des inégalités :

Si a et b sont deux réels **strictement positifs** :

$$a = b \Leftrightarrow \ln a = \ln b$$
$$a < b \Leftrightarrow \ln a < \ln b$$
$$a \leq b \Leftrightarrow \ln a \leq \ln b$$

Toutes ces propriétés sont des conséquences directes de la croissance stricte de la fonction Ln.

Limites de croissances comparées

$\forall \alpha > 0, \forall \beta > 0,$

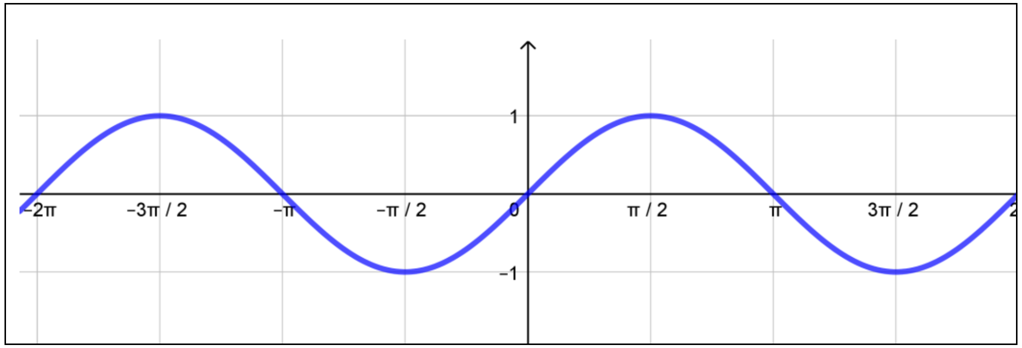
$$\lim_{x \to 0} x^\alpha (\ln x)^\beta = 0 \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^\beta}{x^\alpha} = 0$$

Avec $\alpha = \beta = 1$, on retrouve les croissances comparées vues au lycée.

Fonction Sinus

Définition :	$x \mapsto \sin x$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$



Limites aux bornes du domaine
Pas de limite en $-\infty$ ni en $+\infty$
Limites de taux d'accroissement
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto \cos x$	$x \mapsto -\cos x + C$
Si u est dérivable et strictement positive sur I alors $\ln u$ est dérivable sur I et : $(\sin u)' = u' \cos u$	Si u est dérivable et strictement positive sur I : $u' \sin u$ a pour primitive $-\cos u$

Propriétés algébriques et valeurs particulières :

La fonction sin est impaire :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \sin(-x) = -\sin x$$

La fonction cos est 2π-périodique :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \sin(x + 2\pi) = \sin x$$

➔ Voir aussi le formulaire de trigonométrie.

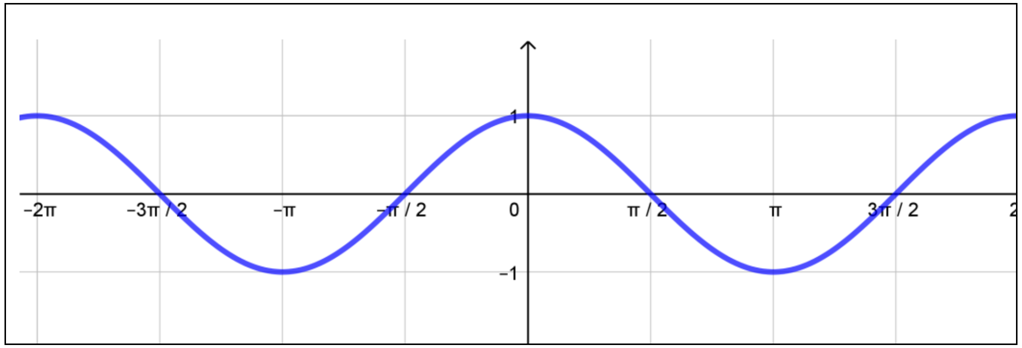
Manipulation des égalités et des inégalités :

On évite en générale d'appliquer la fonction sinus aux membres d'une inégalité sauf si on est certain que les nombres en question sont dans un intervalle où la fonction sinus est strictement monotone.

Fonction Cosinus

Définition :	$\boldsymbol{x \mapsto \cos x}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$



Limites aux bornes du domaine
Pas de limite en $-\infty$ ni en $+\infty$
Limites de taux d’accroissement (
La dérivée en 0 *vaut* 0 *:* $$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$$

Dérivée	Primitives
$\boldsymbol{x \mapsto -\sin x}$	$\boldsymbol{x \mapsto \sin x + C}$
Si u est dérivable et strictement positive sur I alors $\ln u$ est dérivable sur I et : $(\cos u)' = -u' \sin u$	Si u est dérivable et strictement positive sur I : $u' \cos u$ a pour primitive $\sin u$

Propriétés algébriques et valeurs particulières :

La fonction cos est paire :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(-x) = \cos x$$

La fonction cos est 2π-périodique :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(x + 2\pi) = \cos x$$

➔ Voir aussi le formulaire de trigonométrie.

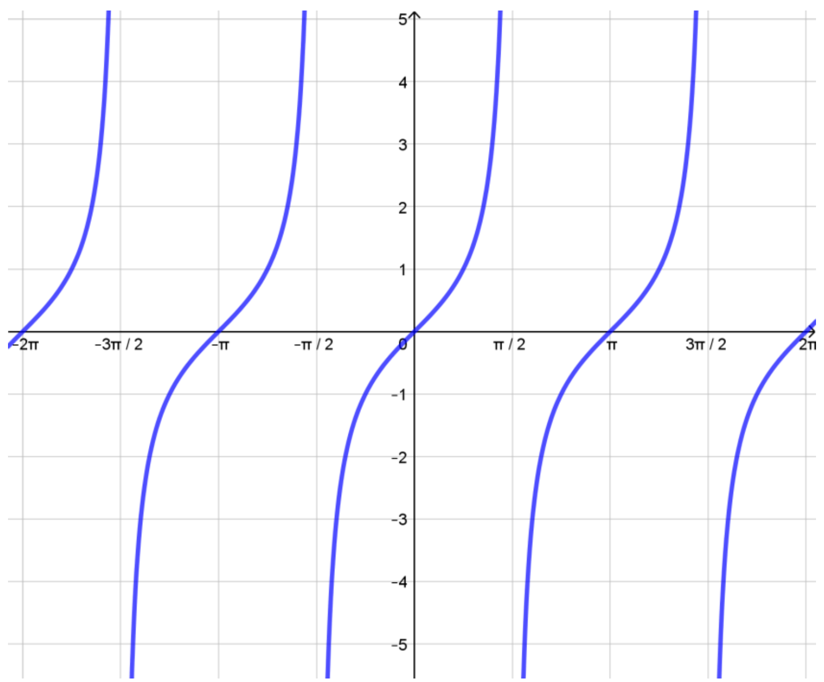
Manipulation des égalités et des inégalités :

On évite en générale d’appliquer la fonction cosinus aux membres d’une inégalité sauf si on est certain que les nombres en question sont dans un intervalle où la fonction cosinus est strictement monotone.

Fonction Tangente

Définition :	$$x \mapsto \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \,, k \in \mathbb{Z}\right\}$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \,, k \in \mathbb{Z}\right\}$



Limites aux bornes du domaine	
$\lim\limits_{x \underset{>}{\to} \frac{\pi}{2}+k\pi} \tan x = -\infty$	$\lim\limits_{x \underset{<}{\to} \frac{\pi}{2}+k\pi} \tan x = +\infty$

Limites de taux d'accroissement :

La dérivée en 0 vaut 1 :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	$x \mapsto -\ln\lvert\cos x\rvert + C$ *Ne pas apprendre par cœur, à savoir retrouver ($\frac{\sin x}{\cos x}$ est de la forme $-\frac{u'}{u}$)*
Si u est dérivable que $\tan(u)$ est définie sur I alors $\tan u$ est dérivable sur I et : $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u} = u'(1 + \tan^2 u)$	Si u est dérivable et strictement positive sur I : $u' \tan u$ *a pour primitive* $-\ln\lvert\cos u\rvert + C$ **(Résultat à ne surtout pas retenir, mais à savoir retrouver)**

Propriétés algébriques et valeurs particulières :

La fonction tan est impaire :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ \tan(-x) = -\tan x$$

La fonction tan est π-périodique :

$$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan}, \ \tan(x + \pi) = \tan x$$

$$\tan 0 = 0 \quad ; \quad \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

Pas d'autre propriété à connaître mais, au besoin, voir le formulaire de trigonométrie.

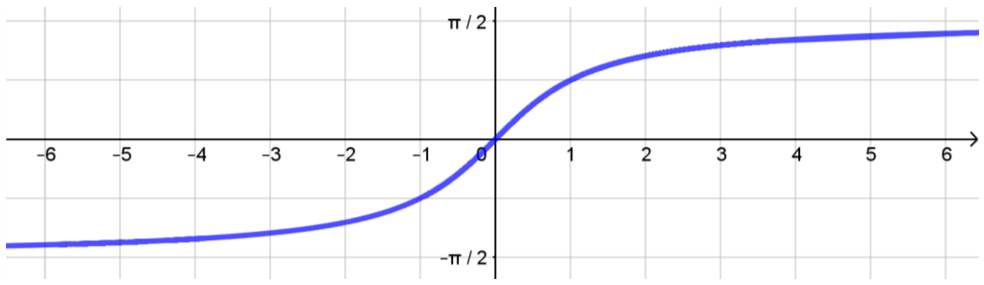
Manipulation des égalités et des inégalités :

On évite en générale d'appliquer la fonction tangente aux membres d'une inégalité sauf si on est certain que les nombres en question sont dans un intervalle où la fonction tangente est strictement monotone.

Fonction Arc Tangente

Définition :	$\boldsymbol{x \mapsto \mathrm{Arctan}\, x}$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$



Limites aux bornes du domaine

$\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{Arctan}\, x = -\dfrac{\pi}{2}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{Arctan}\, x = \dfrac{\pi}{2}$

Limites de taux d'accroissement :

La dérivée en 0 vaut 1 :

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{Arctan}\, x}{x} = 1$$

Dérivée	Primitives
$x \mapsto \dfrac{1}{1+x^2}$	$x \mapsto x\,\mathrm{Arctan}\, x - \dfrac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right) + C$ *Ne surtout pas apprendre par cœur, mais savoir retrouver avec une IPP*
Si u est dérivable sur I alors atan u est dérivable sur I et : $(\mathrm{atan}\, u)' = \dfrac{u'}{1+u^2}$	Résultat à savoir éventuellement retrouver mais peu de chance qu'il soit utile… réponse : u' atan u a pour primitive u atan $u - \frac{1}{2}\ln(1+u^2)$

Propriétés algébriques et valeurs particulières :

La fonction Arctan est impaire :

$$\forall x \in \mathbb{R},\ \mathrm{Arctan}\,(-x) = -\mathrm{Arctan}\, x$$

$$\mathrm{Arctan}(-1) = -\frac{\pi}{4}\ ;\ \ \mathrm{Arctan}\, 0 = 0\ ;\ \ \mathrm{Arctan}(1) = \frac{\pi}{4}$$

Manipulation des égalités et des inégalités :

La fonction Arctan étant strictement croissante sur $\mathbb{R}$, on peut toujours l'appliquer aux deux membres d'une égalité ou d'une inégalité :

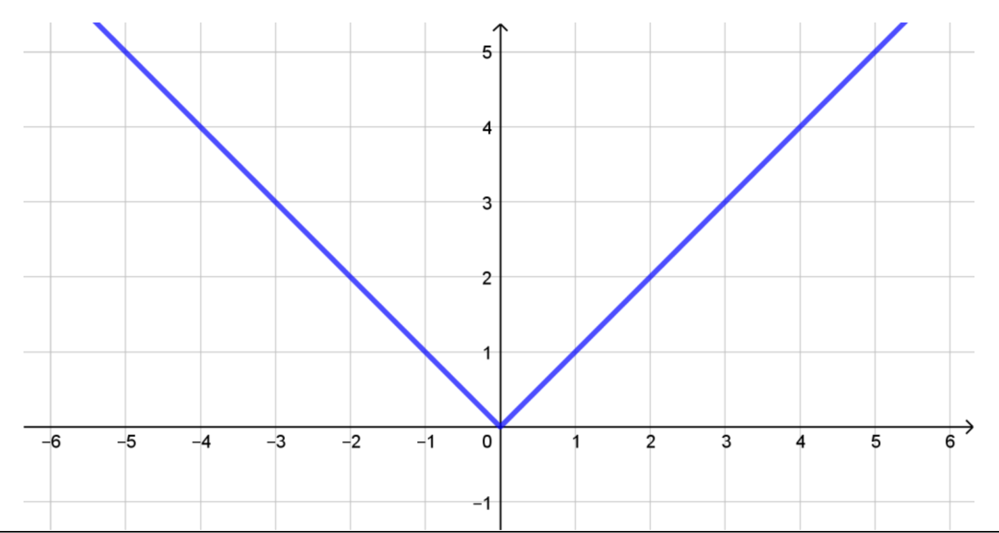
Soient a et b deux réels **quelconques** :

$$a = b \Leftrightarrow \mathrm{Arctan}\, a = \mathrm{Arctan}\, b$$
$$a < b \Leftrightarrow \mathrm{Arctan}\, a < \mathrm{Arctan}\, b$$
$$a \leq b \Leftrightarrow \mathrm{Arctan}\, a \leq \mathrm{Arctan}\, b$$

Fonction Valeur Absolue

Définition :	$$x \mapsto \|x\| = \begin{cases} x, \text{ si } x \geq 0 \\ -x, \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$



Limites aux bornes du domaine	
$\lim\limits_{x \to -\infty} \|x\| = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \|x\| = +\infty$

Dérivée	Primitives
Pour étudier une fonction comportant une valeur absolue, on l'étudie par morceaux afin d'enlever la valeur absolue.	

Propriétés algébriques :

La fonction Valeur Absolue est paire :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad |-x| = |x|$$

Pour tout a et b réels :

$$|ab| = |a||b| \; ; \; \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \; ; \; \left|\frac{1}{a}\right| = \frac{1}{|a|} \; ; \; |a|^n = |a^n|$$

$$\big||a| - |b|\big| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$$
$$\big||a| - |b|\big| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$$

(remarquer que $|a - b| = |a + (-b)|$)

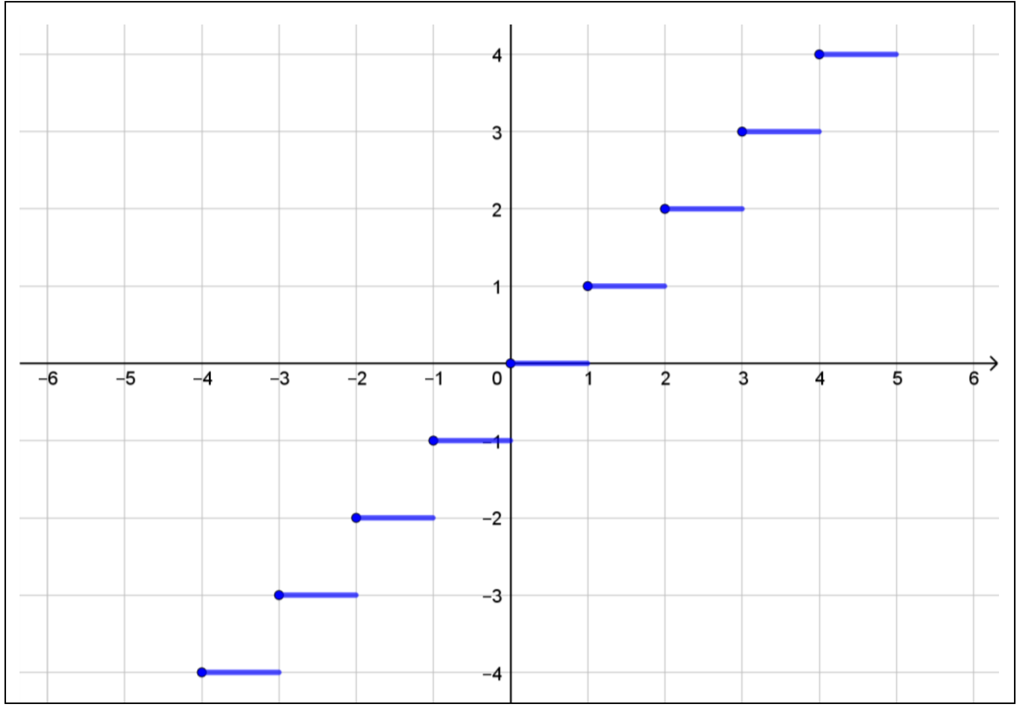
Manipulation des égalités et des inégalités :

➔ *Voir les techniques de résolution d'équations et d'inéquations avec valeur absolue (Feuille d'exercices 01)*

Fonction Partie Entière

Définition :	$x \mapsto \lfloor x \rfloor$
$n = \lfloor x \rfloor \Leftrightarrow n \leq x < n + 1$	

Domaine de définition	Domaine de dérivabilité
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ **(mais inutile en général)**
C'est la seule fonction de référence qui n'est pas continue !	



Limites aux bornes du domaine	
$\lim\limits_{x \to -\infty} \lfloor x \rfloor = -\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \lfloor x \rfloor = +\infty$

Dérivée	Primitives
Pour étudier une fonction comportant une partie entière, on essaie en général d'enlever la partie entière. On ne chercher surtout pas à la dériver avec sa partie entière !	

Propriétés algébriques :

La seule chose à savoir est que pour tout réel a, $\lfloor a \rfloor$ est le plus grand entier inférieur ou égal à a et qu'on a les deux encadrements suivants :

$$\lfloor a \rfloor \leq a < \lfloor a \rfloor + 1$$

$$a - 1 < \lfloor a \rfloor \leq a$$

Manipulation des égalités et des inégalités :

➔ *Si on a des égalités ou des inégalités avec une partie entière, on essaie en général d'enlever cette partie entière en revenant à sa définition (voir feuille d'exercice 01)*