

# Feuille d'exercices n° 1 - Généralités sur les Fonctions - Complément n° 2

## Exercice 1. Limites de suites

Dans chaque cas, calculer la limite de la suite  $(u_n)$ .

1.  $u_n = \frac{3^n - 2^n}{4^n}$

2.  $u_n = (-n + 2)e^{-n}$

3.  $u_n = 2^n - e^{2n} + 1$

4.  $u_n = \frac{n^2 + 3n + 2}{2n^2 + 5n - 34}$

5.  $u_n = \ln n + e^{-3n}$

6.  $u_n = \frac{2\sqrt{n} + 3 \ln n - 5}{\ln(n^3) - 3n + 2}$

7.  $u_n = \sqrt{n^2 - 1} - n$

8.  $u_n = \frac{(n+2)!}{(n^2+1) \times n!}$

9.  $u_n = e^{-\frac{1}{2n}} + \ln\left(\frac{n}{n+2}\right)$

## Exercice 2. Limites de suites - 2

Dans chaque cas, calculer la limite de la suite  $(u_n)$ .

1. (☆)  $u_n = \frac{n+2}{n+5}$

7. (★)  $u_n = (n^2 + 4n - 3^n)(-4n^2 + 2n - 1)$

2. (☆)  $u_n = \frac{e^n}{2^n - 3^n}$

8. (★)  $u_n = (2^n - 3^n)e^{-n}$

3. (☆)  $u_n = \frac{e^n}{n^2}$

9. (★)  $u_n = \frac{(\ln n)^2 + 3n + 1}{(\ln n)^3 + 2}$

4. (★★)  $u_n = \frac{e^{n^2}}{n}$

10. (★)  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

5. (☆)  $u_n = e^{\frac{n+1}{n-1}}$

11. (★★)  $u_n = \frac{1+2+\dots+n}{n^2+1}$

6. (☆)  $u_n = \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$

12. (★★)  $u_n = \frac{1+2+4+\dots+2^n}{3^n}$

(☆) : à savoir faire absolument ; (★) : pas de difficulté majeure ; (★★) : plus difficile ; (★★★) : costaud.

## Exercice 3. Limites de fonctions

Dans chaque cas, déterminer sans justifier le domaine de la fonction puis déterminer ses limites aux bornes de ce domaine.

1. (☆)  $x \mapsto \ln x - e^x$ .

3. (★★)  $x \mapsto \frac{\ln(1+e^x)}{\sqrt{x}}$ .

2. (★★)  $x \mapsto \frac{x^3}{e^{\sqrt{x}}}$ .

4. (★)  $x \mapsto \frac{e^{\sqrt{x}} + 1}{e^{x^2} + 1}$ .

(☆) : à savoir faire absolument ; (★) : pas de difficulté majeure ; (★★) : plus difficile ; (★★★) : costaud.

## Exercice 4. Limites de fonctions - 2

Dans chaque cas, déterminer la (ou les) limite(s) demandée(s).

1. (☆)  $x \mapsto x^5 + 5x^2 - e^x$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

3. (☆)  $x \mapsto \sqrt{x+5} - \sqrt{x-5}$  en  $+\infty$ .

2. (★)  $x \mapsto \frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}$  en  $+\infty$ .

4. (★★)  $x \mapsto \frac{x^2 + 2|x|}{x}$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

(☆) : à savoir faire absolument ; (★) : pas de difficulté majeure ; (★★) : plus difficile ; (★★★) : costaud.

**Exercice 5. Limites de fonctions - 3**

Dans chaque cas, déterminer la (ou les) limite(s) demandée(s).

1. (★)  $x \mapsto \frac{xe^x}{e^x - 1}$  en 0, en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

4. (★★)  $x \mapsto \frac{e^{x^2} - 1}{x}$  en 0.

2. (★)  $\frac{\ln(1+x)}{x^2}$  en  $0^+$  et en  $+\infty$ .

5. (★★)  $x \mapsto \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  en  $+\infty$  (classique à savoir refaire).

3. (★★)  $\frac{\sin(x^2)}{x^2}$  en 0 et en  $+\infty$ .

6. (★★★)  $x \mapsto \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  en  $0^+$ .

(☆) : à savoir faire absolument ; (★) : pas de difficulté majeure ; (★★) : plus difficile ; (★★★) : costaud.

**Exercice 6. Équations avec des racines carrées**

Résoudre les équations suivantes.

1.  $\sqrt{x^2 + 5} = 4$ .

5.  $\sqrt{x^2 - 9} = x - 2$ .

2.  $\sqrt{x - 2} = 3$ .

6.  $\sqrt{x^2 - 9} = 2 - x$ .

3.  $\sqrt{x + 3} = x + 1$ .

7.  $\sqrt{x - 2} + \sqrt{x + 1} = \sqrt{3}$ .

4.  $\sqrt{x^2 - 16} = \sqrt{2x - 1}$ .

**Exercice 7. Équations avec des valeurs absolues**

Résoudre les équations suivantes.

1.  $|x - 2| = 6$ .

4.  $|2x + 4| = -6$ .

2.  $|x + 2| = 6$ .

5.  $|2x + 4| = |x - 6|$ .

3.  $|x + 2| = -6$ .

6.  $|2x + 4| - |x - 6| = 1$ .

**Exercice 8. Avec un paramètre**

Résoudre l'équation suivante, de paramètre réel  $m$  :

$$(m^2 - 1)x = m + 1$$

**Exercice 9. Inéquations**

Résoudre les inéquations suivantes.

1.  $|x - 5| \leq 3$ .

4.  $\sqrt{5 - x} \leq x - 6$ .

2.  $|x + 2| \leq |-2x + 5|$ .

5.  $\sqrt{6 - x} \leq x - 5$ .

3.  $\frac{x+1}{x+2} < \frac{x-3}{x-1}$ .

6.  $\sqrt{x^2 + x - 2} \leq 2x - 1$ .

**Exercice 10. Avec un paramètre**

Résoudre l'inéquation suivante, de paramètre réel  $m$  :

$$(m^2 - 1)x < m + 1$$