Exercices introduction aux sommes

Exercice 1

Développez les sommes suivantes et simplifiez le résultat au maximum

$$S=\sum_{k=1}^{5} k^2 \ ; \quad T=\sum_{k=1}^{4}\frac{1}{k} \ ; \quad U=\sum_{k=10}^{14}(-1)^k \ ; \quad V=\sum_{i=5}^{9} i(i+1)$$

$$W=\sum_{j=2}^{9}\frac{1}{j+1}-\frac{1}{j} \ ; \quad X=\sum_{k=0}^{5}(2k+1) \ ; \quad Y=\sum_{k=0}^{5}2k \ ; \quad Z=\sum_{\ell=0}^{5}2^\ell$$

Exercice 2

Même consigne.

$$A=\sum_{k=4}^{8}\sqrt{k+1}-\sqrt{k} \ ; \quad B=\sum_{k=1}^{5}(k+1)^2-(k-1)^2$$

$$C=\sum_{i=3}^{5}8\times 10^{i-2} \ ; \quad D=\sum_{\ell=3}^{18}1 \ ; \quad E=\sum_{j=0}^{10000}\sqrt{j+1}-\sqrt{j}$$

Exercice 3

Écrire les sommes suivantes avec le symbole Σ :

$$P = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$$

$$Q = 1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}+\frac{1}{36}+\frac{1}{49}$$

$$R = 3^2+3^3+3^4+\dots+3^{10}$$

$$S = \frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\dots+\frac{1}{200\times 201}$$

$$T = \frac{1}{4}-\frac{1}{9}+\frac{1}{16}-\frac{1}{25}+\frac{1}{36}-\frac{1}{49}+\frac{1}{64}-\frac{1}{81}+\frac{1}{100}$$

Exercice 4

Démontrer par récurrence que :

1. $\forall n\in\mathbb{N},\ \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

2. $\forall n\in\mathbb{N},\ \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3. (Facultatif) $\forall n\in\mathbb{N},\ \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

Exercice 5

En développant les sommes, vérifier que :

$$\sum_{k=1}^{5}u_k=\sum_{k=0}^{4}u_{k+1}=\sum_{k=2}^{6}u_{k-1}=\sum_{k=1}^{5}u_{5-k}$$

Exercice 6

Même consigne :

$$\sum_{k=0}^{9}u_k=\sum_{k=0}^{4}u_{2k}+\sum_{k=0}^{4}u_{2k+1}$$

Exercice 7 - sommes télescopiques

Calculer les sommes suivantes :

$$A=\sum_{i=1}^{10}\ln(i+1)-\ln(i) \ ; \quad B=\sum_{j=2}^{10}\frac{1}{j+1}-\frac{1}{j}$$

$$C=\sum_{k=4}^{15}\sqrt{k+1}-\sqrt{k} \ , \quad D=\sum_{k=0}^{10}e^k-e^{k+1}$$

Indication : développer et simplifier !