TP 3 – Boucles « while »

1 Introduction

Une boucle *while* permet de répéter un ensemble d'instructions tant qu'une certaine condition est vraie.

Par exemple, le programme suivant va afficher tous les entiers de 0 à 10 :

```
N=0
while N<=10
    disp(N)
    N=N+1
end
```

Après le mot clef « while », on écrit la condition. Pour cela, on peut utiliser les opérateurs de comparaison suivant :

maths	$=$	$\neq$	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
scilab	==	<>	<	>	<=	>=

Exercice 1

On reprend l'exemple utilisé pour introduire les boucles « for »

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 2\,u_n - 1$.

On peut démontrer que la suite (u_n) tend vers $+\infty$. Cela signifie que quel que soit le nombre A que l'on se donne, il existe un entier n_0 tel que si $n \geq n_0,\ u_n$ va dépasser A.

Construire un programme qui demande une valeur A à l'utilisateur et qui calcule les termes successifs de u_n tant que $u_n \leq A$. Puis qui affiche le premier entier n tel que $u_n > A$ ainsi que la valeur de u_n.

Indication : si vous entrez $A = 1000$, le programme doit afficher :

```
"le premier entier n pour le quel u_n dépasse A est

 9.

"et u_n vaut alors : "

 1025.
```

Exercice 2

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par

$$u_n = \frac{1}{n^3 + n + 2}.$$

Il est très facile de prouver que cette suite est décroissante et converge vers 0.
Ecrire un programme qui permettent d'obtenir le premier entier n à partir duquel $u_n \leq 0{,}0001$.

Recopiez votre programme ci-dessous une fois qu'il fonctionne :

Indication : votre programme doit afficher la valeur 22.

Exercice 3 – approximation d'une solution.

On cherche à approcher la solution de l'équation

$$\boldsymbol{xe^{2x} + x - e^x = 0} \qquad\qquad (\boldsymbol{E})$$

On considère la suite définie par :

$$v_0 = 0 \ \ ; \ \ \forall n \in \mathbb{N}, \qquad v_{n+1} = \frac{e^{v_n}}{e^{2v_n} + 1}$$

1. On admet que cette suite est convergente et on note ℓ sa limite. Justifiez que ℓ est la solution de (E).

2. On peut montrer que pour tout entier naturel n, on a :

$$|v_n - \ell| \leq \frac{1}{2^{n+1}}$$

   a. Ecrire un programme qui demande un entier p positif et proche de zéro (p pour précision) et qui affiche le plus petit entier n tel que $\frac{1}{2^{n+1}} \leq p$.
   Indication : pour $p = 0.0001$, votre programme doit afficher la valeur 13.

   b. Modifier votre programme qui demande un entier p positif, proche de zéro (p pour précision) et qui affiche une valeur v_n telle que $|v_n - \ell| \leq p$.
   Indication : pour $p = 0.0001$, votre programme doit afficher la valeur 0.4527872.
   Recopiez votre programme ci-dessous une fois qu'il fonctionne. A quoi sert ce programme ?

Exercice 4 – Série harmonique.

On pose :

$$H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$$

1. Ecrire un programme qui demande une valeur S à l'utilisateur et affiche le rang n à partir duquel $H_n > S$.
   Indication : pour $S = 10$, votre programme doit afficher :

```
Entrez la valeur de S : 10


  "le premier entier n pour le quel H_n dépasse S est :"

   12367.

  "et H_n vaut alors : "

   10.000043
```

2. A l'aide de votre programme, complétez le tableau ci-dessous :

S	Plus petit entier n tel que $H_n \geq S$
10	12 367
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	

3. D'après ces valeurs, peut-on penser que (H_n) tend vers $+\infty$?

Exercice 5 – Une suite récurrente

On définit la suite (Q_n) *par :*

$$Q_0 = 1 \quad ; \quad \forall n \in \mathbb{N}, \qquad Q_{n+1} = \frac{n+2}{2} Q_n$$

Ecrire un programme qui calcule la plus petite valeur de n *telle que* $Q_n \geq 1\,000\,000$*.*

Indication : votre programme doit afficher 12.

Exercice 6 – Le jeu du nombre mystère – version 1

L'instruction `grand(1,1,uint,1,10)` *permet de tirer un nombre au hasard entre 1 et 10.*
A l'aide de cette instruction, écrire un programme qui tire un nombre au hasard entre 1 et 10 et vous demande de trouver ce nombre. Tant que vous n'avez pas trouvé le nombre mystère, il vous affiche « perdu » et vous demande de réessayer. Une fois le nombre trouvé, il doit afficher « gagné ! ».