Programme de colle n° 12
Semaine du 04/01/2021
Dérivation et dénombrement

Question de cours

La colle commencera par une question de cours parmi celles-ci-dessous. Les questions marquées $(*)$ sont réservées à ceux ayant eu plus de 10 au dernier devoir.

1. Donner la formule de la dérivée d'une composée et tous les cas particuliers.
   Réponse attendue : Il faut donner toutes les formules de la proposition 5 du Chapitre 11

2. Quand est-ce que la réciproque d'une bijection $f\ :\ I \to J$ est dérivable ?
   Et quelle alors est la dérivée de f^{-1}.
   Réponse attendue : f^{-1} est dérivable sur J si f est dérivable sur I que f' ne s'annule pas sur I.
   Dans ce cas, on a :
   $$\forall x \in J,\ \left(f^{-1}\right)'(x) = \frac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}.$$

3. Rappeler le domaine de définition,la parité, les limites et la valeur en 0 et en 1 de $Artctan$ et donner sa dérivée.
   Réponse attendue : $\arctan$ est définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.
   $\lim\limits_{x\to-\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \arctan x \frac{\pi}{2}$.
   $\arctan$ est impaire (donc, $\arctan(-x) = -\arctan x$).
   $\arctan 0 = 0$ et $\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$.
   $\arctan' x = \frac{1}{1+x^2}$.

4. Citer le théorème de Rolle.
   Réponse attendue :
   $$\textbf{Si} \quad \begin{cases} f \text{ est continue sur } [a,b] \\ f \text{ est dérivable sur }]a,b[\\ f(a) = f(b) \end{cases} \quad \textbf{alors} \quad \exists c \in]a,b[, f'(c) = 0$$

5. Citer le théorème des accroissements finis.
   Réponse attendue :
   $$\textbf{Si} \quad \begin{cases} f \text{ est continue sur } [a,b] \\ f \text{ est dérivable sur }]a,b[\end{cases} \quad \textbf{alors} \quad \exists c \in]a,b[, f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$$

6. Citer l'inégalité des accroissements finis - version 1 (encadrement)
   Réponse attendue :
   $$\textbf{Si} \quad \begin{cases} f \text{ est continue sur } [a,b] \\ f \text{ est dérivable sur }]a,b[\\ \forall x \in]a,b[\,,\ m \leq f'(x) \leq M \end{cases} \quad \textbf{alors} \quad m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$$

7. Citer l'inégalité des accroissements finis - version 2 (valeur absolue)
   Réponse attendue :
   $$\textbf{Si} \quad \begin{cases} f \text{ est continue sur } [a,b] \\ f \text{ est dérivable sur }]a,b[\\ \forall x \in]a,b[\,, |f'(x)| \leq M \end{cases} \quad \textbf{alors} \quad |f(b) - f(a)| \leq M\,|b-a|$$

8. Donner :

   (a) le nombre de listes à p, avec répétition possible, pris parmi n éléments,
   (b) le nombre de listes à p, sans répétition, pris parmi n éléments,
   (c) le nombre de parties à p d'un ensemble à n éléments,
   (d) le nombre de parties d'un ensemble à n éléments.

   Réponse attendue :

   (a) n^p (refaire le raisonnement : n possibilités pour le premier éléments puis n pour le second, etc.)
   (b) $n \times (n-1) \times \cdots \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$ (refaire le raisonnement : n possibilités pour le premier éléments puis $n-1$ pour le second, etc.)
   (c) $\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$.
   (d) 2^n.

Exercices préparés

Pas d'exercice préparé cette semaine. Vous serez néanmoins probablement interrogé sur un exercice ressemblant beaucoup aux exercices suivants. ***Il faut donc savoir refaire parfaitement les exercices suivants :***

- *Exercice 8 FE11*
- *Exercice 1 à 3 FE12*