

DM 07- Tests de dépistage

1. La **prévalence** d'une maladie dans une population déterminée est le rapport du nombre de cas à l'effectif de la population considérée, sans distinction entre les cas nouveaux et les cas anciens.

La **sensibilité** d'un test est la proportion de résultats positifs parmi les personnes malades.

Lire l'article ci-dessous.

Extrait d'un article de *La Recherche* Hors Série n°13

Petits et grands nombres Octobre 2003

Rationaliser l'usage des tests

Jean-Paul Moatti est professeur à l'Université de la Méditerranée, à Marseille, et il dirige l'unité épidémiologie et sciences sociales appliquées à l'innovation médicale, de l'Inserm.

L'utilisation des fréquences naturelles vous semble-t-elle de nature à améliorer la compréhension des statistiques ?

Sans doute, mais cela ne suffirait pas à rationaliser complètement les décisions du point de vue statistique. De nombreux travaux de micro-économie ont montré depuis plus de trente ans que si de nombreuses personnes s'écartent des règles rigoureuses du calcul des probabilités, c'est qu'elles ont aussi de bonnes raisons de le faire. Par exemple une aversion profonde pour la prise de risques.

Selon cet article, même des tests de dépistage apparemment très bons conduisent à de nombreuses erreurs. Sont-ils vraiment utiles ?

La valeur prédictive positive d'un test dépend des caractéristiques techniques de celui-ci (sa sensibilité et sa spécificité) mais également de la prévalence de la maladie recherchée et décroît rapidement avec celle-ci. Si l'on dépiste systématiquement des maladies

peu fréquentes à l'échelle de la population générale, comme l'hépatite C, le sida ou le cancer du sein, peu de personnes seront effectivement malades parmi celles qui seront déclarées positives. La rentabilité collective de cet investissement dépend donc de la prévalence dans la population concernée et présente rapidement des rendements décroissants. Il peut même avoir des conséquences négatives pour certains groupes : un test sanguin ou radiologique positif entraîne généralement des examens plus invasifs. Un cas extrême est celui du dépistage systématique de la tuberculose par radiographie des poumons qui, à l'échelle de la population générale, provoquait plus de cancers dus à l'irradiation collective qu'il ne sauvait de tuberculeux. Ces tests sont efficaces à condition qu'on les réserve aux personnes présentant des facteurs de risque, par leur histoire personnelle ou par des antécédents familiaux.

Propos recueillis par Luc Allemand

On considère une maladie dont la prévalence dans une population déterminée est p . Un test de dépistage de cette maladie a une sensibilité de 99 % ; le test est en outre positif pour 1 % des personnes non atteintes par la maladie.

2. On choisit une personne au hasard dans la population et on effectue un test de dépistage. On note :

M l'évènement « la personne est malade »

T l'évènement « le test est positif ».

a. Quelle est la probabilité que la personne soit malade ?

b. Quelle est la probabilité que le test soit positif ?

3. Quelle est la probabilité, pour une personne dont le test est positif, d'être effectivement atteinte de la maladie ?

4. Déterminer la valeur de p à partir de laquelle cette probabilité est supérieure à 0,95.

5. On suppose qu'on dépiste une maladie rare avec $p = 0,01$. On décide d'adopter un nouveau protocole consistant à tester une nouvelle fois une personne positive, avec un second test un indépendant du premier.

On note T_i l'évènement « le i -ième test est positif » et E l'évènement « les deux tests sont positifs ».

Déterminer alors $P_E(M)$ et $P_{\bar{E}}(E)$.