

Programme de colle n° 14

Semaine du 25/01/2021

Probabilités sur un univers fini et intégration

Pas d'exercice préparé cette semaine. La colle commencera par une question de cours parmi les 4 ci-dessous puis un ou deux calcul d'intégrale et un exercice de probabilité.

Sur les intégrales, vous devez maîtriser :

- Le calcul direct d'une intégrale à l'aide des intégrales de référence
- L'intégration par partie
- Le changement de variable.

Questions de Cours

1. Soit A un évènement et (E_1, E_2, \dots, E_n) un s.c.e.
On suppose qu'on connaît les probabilités $P(E_1), P(E_2), \dots, P(E_n)$ et les probabilités $P_{E_1}(A), P_{E_2}(A), \dots, P_{E_n}(A)$.
 - (a) Que signifie l'acronyme "s.c.e" ?
 - (b) Comment peut-on calculer $P(A)$? On détaillera tout le raisonnement. On traitera dans l'ordre les cas suivants :
 - i. Le s.c.e. possède 2 évènements : (E_1, E_2) .
 - ii. Le s.c.e. possède 3 évènements : (E_1, E_2, E_3) .
 - iii. Le s.c.e. possède n évènements : (E_1, E_2, \dots, E_n) .
2.
 - (a) Donner les formules permettant de calculer $P(A \cup B)$ et $P(A \cup B \cup C)$.
 - (b) Donner la notation et la définition de "la probabilité de A sachant B ".
 - (c) Donner la formule permettant de calculer $P(A \cap B)$, $P(A \cap B \cap C)$ puis plus généralement, $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)$.
3.
 - (a) Soit A et B deux évènements de probabilité non nulle. Exprimer $P_B(A)$ à l'aide de $P(A)$, $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$.
 - (b) Soit A_1, \dots, A_n un système complet d'évènements et B un évènement. Exprimer, pour tout $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $P_B(A_i)$ en fonction de $P(A_i)$ et $P_{A_j}(B)$, pour $j \in \llbracket 1, n \rrbracket$.
4. Que signifie que deux évènements A et B sont indépendants ? Que 3 évènements A, B et C sont mutuellement indépendants ? Que signifie que n évènements A_1, A_2, \dots, A_n sont mutuellement indépendants ?