

Programme de colle n° 16

Semaine du 08/02/2021

Variables Aléatoires sur un Univers fini

Les questions de cours se trouvent à la page suivante. Ne les négligez pas !

Exercices préparés groupe A

Ces exercices doivent être réalisés sans la moindre hésitation, en moins de 10 minutes.

Exercice préparé n° 1

Une urne contient 5 boules rouges, 5 boules blanches et 6 boules bleues. On tire 2 boules successivement, sans remise. On désigne par X_1 la variable aléatoire égale au nombre de boules rouges obtenues.

1. Déterminer la loi de X_1 .
2. Déterminer la loi de $Y = (X_1 - 1)^2$.

Exercice préparé n° 2

Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket -2, 2 \rrbracket)$ et

$$Y = \frac{X + |X|}{2}.$$

Déterminer la loi de Y puis son espérance et sa variance.

Exercice préparé n° 3

Donner et démontrer la formule de l'espérance et de la variance de la loi $\mathcal{U}(\llbracket 1 ; n \rrbracket)$.

Exercices préparés groupe A'

Ces exercices doivent être réalisés sans la moindre hésitation, en moins de 10 minutes.

Exercice préparé n° 1

Donner et démontrer la formule de l'espérance et de la variance de la loi $\mathcal{U}(\llbracket 1 ; n \rrbracket)$.

Exercice préparé n° 2

Donner et démontrer la formule de l'espérance de la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.
([Voir la démonstration ici](#))

Exercice préparé n° 3

Donner et démontrer la formule de la variance de la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.
([Démonstration bientôt disponible ici](#))

Questions de cours

Les questions marquées (*) sont réservées au groupe A'.

1. Généralités sur les variables aléatoires.

- (a) Donner la définition d'une variable aléatoire sur un espace probabilisé fini.
- (b) Qu'appelle-t-on support d'une variable aléatoire X et comment le note-t-on ?
(*) D'où vient cette notation ?
- (c) (*) Qu'appelle-t-on "s.c.e" associé à une variable aléatoire finie X ?
- (d) Si on note Y le nombre de pile obtenus 3 lancers successifs d'une pièce, Donner le s.c.e. associé à variable aléatoire Y .
- (e) Qu'appelle-t-on loi d'une variable aléatoire X ?

2. Espérance et variance.

- (a) Donner la définition de l'espérance d'une variable aléatoire finie X .
- (b) Donner les trois propriétés de l'espérance vue en cours :
- (c) Donner la formule du transfert. L'appliquer pour calculer $E(2^X)$ dans le cas où $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 0 ; 3 \rrbracket)$.
- (d) Qu'appelle-t-on une variable aléatoire centrée ?
- (e) Donner la définition de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire X .
- (f) Donner les trois propriétés de la variance vue en cours :
- (g) Qu'appelle-t-on une variable réduite ? Une variable centrée réduite ? Qu'appelle-t-on la variable centrée-réduite associée à une variable aléatoire X ?

3. Lois usuelles

- (a) Loi uniforme sur $\llbracket a, b \rrbracket$.
 - Décrire la loi uniforme sur $\llbracket a, b \rrbracket$.
 - Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1 ; n \rrbracket)$. Donner $E(X)$ et $V(X)$.
- (b) Loi de Bernoulli
 - Décrire la loi de Bernoulli.
 - Soit $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$. Donner $E(X)$ et $V(X)$.
- (c) Loi Binomiale
 - Décrire la Binomiale. Expliquer dans quelle situation elle se présente.
 - Soit $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$. Donner $E(X)$ et $V(X)$.