TP SCILAB 16 - simulation d'un jeu de hasard

Exercice 1 : jeu d'argent

Deux joueurs jouent au jeu suivant :

1. Le joueur A tire un nombre à trois chiffres au hasard (entre 100 et 999 donc) et calcul la somme des trois chiffres sans la dire au joueur B
2. Le joueur B donne un nombre devant correspondre à la somme des trois chiffres. S'il a juste, il gagne 250 €, sinon il perd 10 €. Ce joueur ayant un peu de notions de mathématiques, il a compris que la somme ne peut être qu'un entier compris entre 1 et 27. Il en choisit alors un au hasard de façon équiprobable.

Ce jeu est-il équitable ? Pour le savoir vous allez le simuler sur Scilab.

1. **Création d'une fonction sommeChiffres(n)**
   a. Créez une fonction **chiffreUnités(n)** qui renvoie le chiffre des unités d'un nombre entier **n**.
   Indication : pour obtenir le chiffre des unités d'un nombre entier, vous pouvez utiliser la méthode suivante, illustrée par un exemple à droite.

   Nombre dont on veut le chiffre des unités : 1984

Diviser le nombre par 10	*198,4*
Prendre la partie entière du résultat	*198*
Multiplier cette partie entière par 10	*1980*
Soustraire le résultat au nombre de départ	*1984-1980=4*

   b. A l'aide de la fonction **chiffreUnité(n)**, créez un programme **sommeChiffres(n)** qui calcule la somme des chiffres d'un entier **n**. Vous pourrez vous inspirer de la méthode suivante :

   Nombre dont on veut la somme des chiffres : 1984

Initialiser la somme S à 0	*S=0*
Prendre le chiffre des unités et l'ajouter à la somme	*S=0+4*
Soustraire le chiffre des unités au nombre de départ	*1984-4=1980*
Diviser le résultat par 10 vous obtenez le nombre restant.	*198*
Recommencer jusqu'à ce que le nombre restant vaille 0 :	
Prendre le chiffre des unités et l'ajouter à la somme	*S=4+8*
Soustraire le chiffre des unités au nombre de départ	*198-8=190*
Diviser le résultat par 10	*19*
Prendre le chiffre des unités et l'ajouter à la somme	*S=4+8+9*
Soustraire le chiffre des unités au nombre de départ	*19-9=10*
Diviser le résultat par 10	*1*
Prendre le chiffre des unités et l'ajouter à la somme	*S=4+8+9+1*
Soustraire le chiffre des unités au nombre de départ	*1-1=0*
Diviser le résultat par 10	*0*
La somme S contient le résultat voulu.	

2. **Simulation de plusieurs parties**
   a. A l'aide de votre fonction « sommeChiffres(n) », créez une fonction « partie() » qui simule une partie de ce jeu et renvoie le gain du joueur B. On rappelle que B choisit une somme au hasard entre 1 et 27 de façon équiprobable.
   b. Créez alors un programme qui simule 100 parties et qui calcule le gain du joueur B à l'issue de ces 100 parties (on suppose que le joueur B a toujours suffisamment d'argent et qu'il peut donc jouer autant de parties qu'il veut).
   c. Modifiez votre programme pour qu'il trace l'évolution du gain du joueur B au cours de ces 100 parties.
   d. A l'aide d'un calcul de probabilité, on va calculer l'espérance et la variance du gain du joueur B. Pour cela, on note X la somme tirée par le joueur A et Y le nombre donné par le joueur B.
      i. Montrer que $P(X = Y) = \frac{1}{27}$.
      ii. En déduire la loi du gain G du joueur B puis son espérance et sa variance. Le jeu était-il équilibré ?

3. **Calcul des probabilités d'apparition des sommes :**

   Ecrire un programme qui calcule pour chaque nombre compris entre 1 et 27 sa probabilité d'apparition dans le jeu et qui trace ensuite l'histogramme de ces probabilités.

   Quel aurait été la meilleure stratégie pour le joueur B ? Quel était alors l'espérance de son gain ? sa variance ?

Exercice 2 : le paradoxe des anniversaires

Votre classe comporte n élèves. Nous nous intéressons au calcul de la probabilité qu'au moins deux élèves aient la même date d'anniversaire. On fera les hypothèses de modélisation suivantes : il n'y a que 365 jours dans l'année et les dates d'anniversaires sont équiprobables.

1. Ecrire une fonction `coincidence(n)` qui renvoie 1 si au moins deux personnes de la classes sont nées à la même date et 0 sinon. *On pourra consulter l'aide pour comprendre et utiliser la fonction* `unique` *de Scilab.*
2. Ecrire une fonction `grandnombre(n,N)` qui effectue un grand nombre de simulations et fournit une estimation de la probabilité que deux élèves de la classe aient la même date d'anniversaire.
3. Faire le calcul théorique de cette probabilité puis écrire une fonction `proba(n)` permettant de calculer la valeur exacte. On pourra créer une fonction intermédiaire `arrangement(k)`.
4. Quelle est cette probabilité en ECS1 ?
5. Ecrire une fonction `seuil(p)` qui renvoie le nombre n d'étudiants minimum à avoir dans la classe pour que la probabilité précédente soit supérieure ou égale à p.
6. Combien faut-il avoir d'étudiants pour que la probabilité que deux étudiants soient nés à la même date excède 0.5 ? Surprenant, non ?