TP 19 - Exercices

Exercice 1

Manon et Valentin fréquentent chacun un lycée différent.
Dans le lycée de Manon, l'accès à la cantine n'est pas régulé, les élèves arrivent quand ils le souhaitent et font la queue avant de pouvoir accéder au restaurant scolaire. On observe que le temps d'attente, entre l'arrivée dans la queue et l'accès au restaurant scolaire, suit une loi de Poisson.
Dans le lycée de Valentin, l'accès est régulé. Chaque classe se présente à une heure prédéfinie et fait la queue avant de pouvoir accéder au restaurant scolaire. On observe que le temps d'attente, entre l'arrivée dans la queue et l'accès au restaurant scolaire, suit une loi géométrique.
En moyenne, Manon et Valentin attendent 5 minutes.
Le script suivant permet de simuler les temps d'attente des deux élèves, sur 30 jours.

```
n=30
simul1=grand(1,n,'poi',5)
simul2=grand(1,n,'geom',1/5)
plot2d(1:n,simul1,style=-1)  // marques +
plot2d(1:n,simul2,style=-2)  // marques x
plot2d([1,n],[5,5],style=2)
```

1. Expliquer à quoi sert la deuxième ligne du programme. Même question avec la troisième ligne.
2. Exécuter le script.
   (a) Pouvait-on prévoir, sans utiliser la sortie graphique, les plus grandes variations du temps d'attente de Valentin ?
   (b) Comment expliquer ces grandes variations ?

Exercice 2

Les programmes suivants permettent de simuler une variable aléatoire X. Dans chaque cas, déterminer la loi de X, son espérance et sa variance.

1.

```
X=1
while rand()>2/3 do
    X=X+1
end
disp(X)
```

2.

```
X=0 ; succes=0
while succes<1 do
    X=X+1
    if rand()<1/3 then succes=succes+1 ; end
end
```

```
disp(X)
```

3.

```
X=1
while rand()<2/5 do
    X=X+1
end
disp(X)
```

Exercice 3

*Dans cet exercice, on n'utilisera pas la fonction **grand**.*

1. Déclarer une fonction d'entête `function X=Geo(p)` permettant de simuler une variable géométrique de paramètre p.
2. Déclarer une fonction d'entête `function X=BinoNeg(r,p)` permettant de simuler une variable aléatoire prenant la valeur du rang du r-ème succès lors de répétitions indépendantes d'une même épreuve de Bernoulli de paramètre p.

Exercice 4

1. Compléter le programme suivant de telle sorte qu'il simule une succession de lancers d'une pièce, dont la probabilité de donner Pile est $2/3$, jusqu'à obtention du 10-ième Pile, et tel qu'après exécution la case `T(i)` du vecteur-ligne `T` contienne le rang d'obtention du i-ième Pile ($1 \leqslant i \leqslant 10$).

```
rand('seed',getdate('s'))
T=zeros(1,10)
i=0
nbre_lancers=0
while i<10 do
    nbre_lancers=________
    if rand()<2/3 then
                   i=________
                   T(i)=________
                   disp('pile')
               else disp('face')
               end
    end
disp(T)
```

2. Pour tout i tel que $1 \leqslant i \leqslant 10$, on note T_i la variable aléatoire donnant le rang d'obtention du i-ième Pile.
   On note de plus $X_1 = T_1$ et pour tout i tel que $2 \leqslant i \leqslant 10$, X_i le nombre de lancers effectués entre le $(i-1)$-ième Pile (exclu) et le i-ième Pile (inclus).
   (a) Pour tout i tel que $1 \leqslant i \leqslant 10$, déterminer la loi de X_i.
   Justifier que les X_i, $1 \leqslant i \leqslant 10$, sont mutuellement indépendantes.
   (b) Pour tout i tel que $2 \leqslant i \leqslant 10$, exprimer T_i en fonction de T_{i-1} et X_i.
   (c) *On rappelle que la fonction* `grand(r,c,'geom',p)` *renvoie une matrice à* r *lignes et* c *colonnes dont les coefficients simulent des variables aléatoires mutuellement indépendantes de même loi* $\mathscr{G}(p)$.
   Écrire un autre programme répondant à la question 1.