

Fonctions réelles de deux variables réelles

- continuité, dérivées partielles d'ordre 1 (notations : $\partial_1 f$ et ∂_2) et d'ordre 2 (notations : $\partial_{1,1}^2 f, \partial_{1,2}^2 f, \partial_{2,1}^2 f, \partial_{2,2}^2 f$)
- classes $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^2$
- propriétés sur la continuité, classe $\mathcal{C}^1$ et $\mathcal{C}^2$: les fonctions polynomiales le sont, puis opérations sur les fonctions et composition par des fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$
- gradient (notation ∇f), matrice Hessienne (notation $\nabla^2 f$), point critique, théorème de Schwarz
- extrema locaux, globaux (dans la pratique pour des fonctions $\mathcal{C}^2$) :
 - ▷ un point critique est une condition nécessaire d'existence d'un extremum local sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$
 - ▷ condition suffisante d'existence : la matrice hessienne en un point critique admet des valeurs propres non nulles de même signe (maximum local si négatives, minimum local si positives)
 - ▷ si la matrice hessienne en un point critique admet des valeurs propres non nulles et de signes opposés, la fonction admet un point selle (ou col)
- exercices classiques : déterminer les points critiques puis leur nature. Eventuellement étudier le caractère global d'un extremum, parfois avec l'étude d'une fonction auxiliaire.

Les notions d'ouvert et de continuité en un point d'une fonction de deux variables ne sont pas exigibles.

Nous avons vu qu'une fonction continue et définie sur un fermé borné de $\mathbb{R}^2$ est bornée et atteint ces bornes, ainsi que le développement limité d'une fonction $\mathcal{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ mais il ne s'agit pas d'objectifs prioritaires du programme.