

Planche Oral Analyse 4 - ESCP 2023 - Sujet 2.10
--

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, montrer la convergence de l'intégrale $I_n = \int_{-\infty}^{+\infty} t^n e^{-t^2} dt$.
 - Sans faire de calcul de primitive, donner les valeurs des intégrales I_0 , I_1 et I_2 .
 - Que dire de I_3 ? Calculer I_4 .
- Montrer que pour tous réels x et y la convergence de $\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (t-x)^2 (t-y)^2 e^{-t^2} dt$.
On appelle $G(x, y)$ cette intégrale.
Exprimer $G(x, y)$ sans signe intégral, en fonction de x et y .
- Déterminer les extrémums locaux et globaux de la fonction G .

Planche Oral Analyse 4 - ESCP 2023 - Sujet 2.10
--

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, montrer la convergence de l'intégrale $I_n = \int_{-\infty}^{+\infty} t^n e^{-t^2} dt$.
 - Sans faire de calcul de primitive, donner les valeurs des intégrales I_0 , I_1 et I_2 .
 - Que dire de I_3 ? Calculer I_4 .
- Montrer que pour tous réels x et y la convergence de $\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (t-x)^2 (t-y)^2 e^{-t^2} dt$.
On appelle $G(x, y)$ cette intégrale.
Exprimer $G(x, y)$ sans signe intégral, en fonction de x et y .
- Déterminer les extrémums locaux et globaux de la fonction G .

Question sans préparation

On considère une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ de variables aléatoires indépendantes définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et qui suivent toutes la loi uniforme sur $[0, 1]$. Pour chaque $n \geq 1$, on définit la variable aléatoire Y_n en posant

$$Y_n(\omega) = [X_1(\omega) \times \cdots \times X_n(\omega)]^{\frac{1}{n}}$$

1. Calculer l'espérance et la variance de Y_n . Etudier la convergence de la suite $(E(Y_n))$.
2. Montrer que la suite $(Y_n)_{n \geq 1}$ converge en probabilité vers une variable certaine.

Question sans préparation

On considère une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ de variables aléatoires indépendantes définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et qui suivent toutes la loi uniforme sur $[0, 1]$. Pour chaque $n \geq 1$, on définit la variable aléatoire Y_n en posant

$$Y_n(\omega) = [X_1(\omega) \times \cdots \times X_n(\omega)]^{\frac{1}{n}}$$

1. Calculer l'espérance et la variance de Y_n . Etudier la convergence de la suite $(E(Y_n))$.
2. Montrer que la suite $(Y_n)_{n \geq 1}$ converge en probabilité vers une variable certaine.

Question sans préparation

On considère une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ de variables aléatoires indépendantes définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et qui suivent toutes la loi uniforme sur $[0, 1]$. Pour chaque $n \geq 1$, on définit la variable aléatoire Y_n en posant

$$Y_n(\omega) = [X_1(\omega) \times \cdots \times X_n(\omega)]^{\frac{1}{n}}$$

1. Calculer l'espérance et la variance de Y_n . Etudier la convergence de la suite $(E(Y_n))$.
2. Montrer que la suite $(Y_n)_{n \geq 1}$ converge en probabilité vers une variable certaine.

Question sans préparation

On considère une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ de variables aléatoires indépendantes définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et qui suivent toutes la loi uniforme sur $[0, 1]$. Pour chaque $n \geq 1$, on définit la variable aléatoire Y_n en posant

$$Y_n(\omega) = [X_1(\omega) \times \cdots \times X_n(\omega)]^{\frac{1}{n}}$$

1. Calculer l'espérance et la variance de Y_n . Etudier la convergence de la suite $(E(Y_n))$.
2. Montrer que la suite $(Y_n)_{n \geq 1}$ converge en probabilité vers une variable certaine.