

**Planche Oral Analyse 7 : ESCP 2017**

Soit  $f$  la fonction de deux variables réelles définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$$

1. (a) Etudier les extrema locaux de  $f$ .  
(b) La fonction  $f$  admet-elle des extrema globaux sur  $\mathbb{R}^2$  ?  
(c) La restriction de  $f$  à une droite passant par l'origine  $O$  a-t-elle un extremum en  $O$  ?
2. Montrer que pour tout  $x < \frac{1}{2}$ , il existe un unique  $y \in \mathbb{R}$  vérifiant  $f(x, y) = 0$ .

On définit ainsi une fonction  $\varphi : J = ]-\infty, \frac{1}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}$ , qui à  $x \in J$  associe l'unique  $y$  solution de l'équation  $f(x, y) = 0$ . On admet que la fonction  $\varphi$  est de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur  $J$ .

3. Calculer  $\varphi(0)$  et  $\varphi'(0)$ .  
Déterminer le développement limité à l'ordre 3 en 0 de  $\varphi$ .

### QUESTION SANS PREPARATION

Soit  $n$  un entier au moins égal à 1 et  $E = [[1, n]]$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$ .  
On choisit au hasard deux parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , toutes les parties, y compris l'ensemble vide, ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap B = \emptyset$ .

### QUESTION SANS PREPARATION

Soit  $n$  un entier au moins égal à 1 et  $E = [[1, n]]$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$ .  
On choisit au hasard deux parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , toutes les parties, y compris l'ensemble vide, ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap B = \emptyset$ .

### QUESTION SANS PREPARATION

Soit  $n$  un entier au moins égal à 1 et  $E = [[1, n]]$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$ .  
On choisit au hasard deux parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , toutes les parties, y compris l'ensemble vide, ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap B = \emptyset$ .

### QUESTION SANS PREPARATION

Soit  $n$  un entier au moins égal à 1 et  $E = [[1, n]]$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$ .  
On choisit au hasard deux parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , toutes les parties, y compris l'ensemble vide, ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap B = \emptyset$ .

### QUESTION SANS PREPARATION

Soit  $n$  un entier au moins égal à 1 et  $E = [[1, n]]$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$ .  
On choisit au hasard deux parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , toutes les parties, y compris l'ensemble vide, ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap B = \emptyset$ .

### QUESTION SANS PREPARATION

Soit  $n$  un entier au moins égal à 1 et  $E = [[1, n]]$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$ .  
On choisit au hasard deux parties  $A$  et  $B$  de  $E$ , toutes les parties, y compris l'ensemble vide, ayant la même probabilité d'être choisies. Calculer la probabilité de l'événement  $A \cap B = \emptyset$ .