

**Informatique : programmation en langage Python**

Révision des instructions sur les matrices : définition d'une matrice, matrices usuelles, opérations usuelles sur les matrices.

**Chapitre 1. Révisions d'analyse (tout sauf formules de Taylor)**

Seules les preuves indiquées doivent être connues.  
**Les énoncés doivent être sûs avec précision !!!**  
FORMULES PAR COEUR !!!

**A. Fonctions usuelles**

Fonctions puissances,  $\ln$ ,  $\exp$ ,  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$ ,  $\text{Arctan}$ , partie entière.

**Exercice à savoir refaire**

Montrer que pour tout  $x > 0$ ,  $\ln(x) \leq x - 1$ . Interprétation graphique.  
Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\exp(x) \geq x + 1$ . Interprétation graphique.

**Exercice à savoir refaire**

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $g(x) = \text{Arctan}(x) + \text{Arctan}(\frac{1}{x})$ .  
Montrer que  $g$  est constante sur  $] -\infty, 0[$  et sur  $]0, +\infty[$ . Vous préciserez les constantes.

**B. Théorèmes classiques**

*Tous les théorèmes classiques et les définitions sont à connaître !!!*

Théorème d'encadrement, théorème de limite monotone pour les fonctions.  
Théorème des valeurs intermédiaires, théorème de la bijection.  
Nombre dérivé. Dérivée d'une bijection réciproque.  
Savoir dériver une fonction composée.  
Théorème de Rolle, égalité des accroissements finis, inégalité des accroissements finis.  
Théorème de prolongement des fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$ .  
Convexité : définition, lien avec la dérivée seconde. Propriété vis à vis des tangentes, des cordes.

**Exercice à savoir refaire**

Montrer que pour tout  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $\frac{2}{\pi}x \leq \sin(x) \leq x$ .

Equivalents classiques, négligeabilité. Révisions autonomes sur les suites (AG, SRL2...)

**C. Dérivées  $n$ -èmes**

Savoir retrouver rapidement les dérivées successives des fonctions  $x \mapsto x^n$ , des fonctions : inverse,  $\ln$ ,  $\exp$ ,  $\cos$ ,  $\sin$  et savoir démontrer ces formules par une récurrence (proprement rédigée). Formule de Leibniz.

**Exercice à savoir faire (pas vu en cours)**

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^2 e^x$ .

Justifier que  $f$  est de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur  $\mathbb{R}$ , puis calculer sa dérivée  $n$ -ième, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

**D. Intégrales**

Intégrales sur un segment uniquement. Savoir calculer une intégrale "simple" en primitivant directement !!

Tous les théorèmes classiques sur les intégrales (linéarité, Chasles...).

Les deux grandes techniques : intégration par parties, changement de variables.

**Exercice à savoir refaire**

Calculer  $\int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$  en posant  $x = \sin(t)$ .

**Exercice à savoir refaire**

**Des intégrales classiques**

On note :  $\forall (p, q) \in \mathbb{N}^2$ ,  $I_{p,q} = \int_0^1 x^p (1-x)^q dx$ .

1. Calculer  $I_{p,0}$  pour tout entier naturel  $p$ .
2. Montrer que  $\forall (p, q) \in \mathbb{N}^2$   $I_{p,q} = I_{q,p}$
3. Exprimer  $I_{p+1,q}$  en fonction de  $I_{p,q+1}$  pour tout  $(p, q) \in \mathbb{N}^2$ .
4. Exprimer  $I_{p,q}$  en fonction de  $p$  et  $q$  pour tout  $(p, q) \in \mathbb{N}^2$ .

Sommes de Riemann : connaître le cours par coeur. Savoir reconnaître une somme de Riemann (avec  $a = 0$ ,  $b = 1$  le plus souvent).

**E. Séries**

Définitions. Reste d'une série convergente.

**Exercice à savoir refaire**

Montrer que la série  $\sum_{k \geq 1} \frac{1}{k(k+1)}$  converge et calculer sa somme.

Séries de référence : séries de Riemann, séries géométriques et dérivées, série exponentielle.

Critères de convergence d'une série à termes positifs (équivalence, majoration, négligeabilité). Convergence absolue.