

CALCULS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

EXERCICES

Exercice 1 (Exercice de khôlle)

Calculer les fractions suivantes et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24}, \quad \frac{3}{4} - 2 + \frac{1}{2}, \quad \frac{\frac{3}{5} + \frac{5}{12}}{4}, \quad \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{7}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}, \quad \frac{3^2 - 5^2}{3^2 - 5^2}.$$

Exercice 2 (Exercice de khôlle)

Écrire sous la forme d'une fraction la plus simple possible :

$$2 + \frac{1}{x+1}, \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}, \quad \frac{2}{x+1} + \frac{x}{(x+1)^2}, \quad \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x+1} - \frac{x}{(x-2)^2}.$$

Exercice 3

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$(-1)^6, \quad 2^3, \quad (-2)^3, \quad 2^3 \times 2^4, \quad \frac{5^5}{5^2}, \\ 10^2 \times 9^2, \quad \frac{15^3 \times (-8)^4}{5^4 \times 2^5 \times 3^3}, \quad x^3 \times x^2, \quad \frac{x^3}{x^2}, \quad x^2 \times \frac{1}{x}.$$

Exercice 4

Simplifier les nombres ou expressions suivants :

$$\sqrt{196}, \quad 2\sqrt{12} + 3\sqrt{3}, \quad \sqrt{28} \times 3\sqrt{7}, \quad \frac{\sqrt{10} \times 2\sqrt{5}}{5}, \quad \sqrt{\frac{14 \times 12}{4 \times 21}}, \quad (\sqrt{x})^2, \quad x \times \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad \sqrt{x} \times \frac{x^2}{\sqrt{x}}.$$

Exercice 5

Écrire les nombres suivants avec un dénominateur entier :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}, \quad \frac{1}{\sqrt{3}-1}, \quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}.$$

Exercice 6

Développer puis simplifier les expressions suivantes :

$$(2x+1)(x+3), \quad (x+1)^2, \quad (x-1)(x+3), \quad (x-2)(x-1), \quad (x+2)^2 - x(x+2), \quad 2x - (x-1)(x-3)$$

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes :

$$2x - x^2, \quad (x+1)^2 - 3(x+1), \quad (2x+1)(x-1) + 3x(2x+1)^2,$$

$$3x - x^3 - x(5-x), \quad 2(x+1) - (2x+3)(x+1) + 6x(x+1)^2.$$

Exercice 8

Développer et simplifier :

$$(5 - 3x)(2x + 1) - (3x + 1)^2, \quad 3x(1 + 2x)^2 - (x^2 + 1)(x - 2), \quad (x^2 - x + 1)^2 - (x - 3)^2.$$

Exercice 9

Factoriser les expressions suivantes et simplifier au maximum le résultat :

$$\begin{array}{lll} (2x-1)^2 - (3+x)^2, & (x+5)^3 - 6(x+5) + (2-x)(x+5), & 9 - x^2 \\ 4x^2 - 16, & 3x(x-2) + (x^2 - 4), & (2+3x)(x+1) - 2(x^2 - 1) \\ -(1+x)^2 + 4x^2, & (x-3)^2 - (2x+4)^2, & x^2 - 4 + (x-2)^2. \end{array}$$

Exercice 10

Factoriser par x les expressions suivantes :

$$x-2, \quad x^2+x-1, \quad x^2 - \sqrt{x} + \frac{1}{x}.$$

Exercice 11

1. Démontrer que si a et b sont deux réels strictement positifs tels que $a \leq b$, alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

(“On renverse le sens de l’inégalité lorsqu’on prend l’inverse des deux membres s’ils sont strictement positifs”).

2. Que peut-on dire que si a et b sont cette fois-ci deux nombres strictement négatifs ? Justifier la réponse.