
SUITES NUMÉRIQUES I
EXERCICES

Exercice 1 (Exercice de khôlle)

Calculer les trois premiers termes des suites suivantes puis proposer un script *Python* le faisant :

- i) $u_n = \frac{1}{n+1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
- ii) $v_n = \frac{n-1}{n+1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
- iii) $w_0 = 0$ et $w_{n+1} = \sqrt{3 + w_n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$,
- iv) $z_n = 1 + 2 + \dots + n$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 2

Dire si les suites suivantes sont arithmétiques, géométriques ou arithmético-géométriques.

- i) $u_n = 1 - 2n$, ii) $v_n = 3(n+2)$, iii) $w_n = 3^{n+2}$, iv) $t_{n+1} = 2t_n$, v) $r_{n+1} = 2r_n - 1$, vi) $s_n = 2^{-n+1}$,
- vii) $x_{n+1} = x_n - 1$, viii) $z_{n+1} = z_n - \frac{3}{2}z_n$.

Exercice 3

La suite (u_n) est arithmétique de raison r et de terme initial u_0 .

- i) Exprimer u_n en fonction de n si $u_0 = 50$ et $r = -7$.
- ii) Exprimer u_n en fonction de n si $u_0 = 5$ et $u_2 = 1$.

Exercice 4

La suite (v_n) est géométrique de raison q et de terme initial v_0 .

- i) Exprimer v_n en fonction de n si $v_0 = \frac{1}{3}$ et $q = \frac{1}{2}$.
- ii) Exprimer v_n en fonction de n si $v_3 = 16$ et $q = \frac{2}{3}$.

Exercice 5

- i) On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 6$.
Déterminer l'expression de u_n en fonction de n .
- ii) Même question avec la suite (u_n) définie par $u_0 = -1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 5u_n - 8$.
- iii) Même question avec la suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -2u_n + 1$.

Exercice 6

Calculer les sommes suivantes :

$$\sum_{k=1}^{10} k, \quad \sum_{k=1}^n 2k, \quad \sum_{k=0}^{10} (k+1), \quad \sum_{k=1}^n (3k+1), \quad \sum_{j=1}^n 2, \quad \sum_{j=0}^{10} 3^j, \quad \sum_{k=0}^{10} \frac{2^k}{3}, \quad \sum_{j=1}^n 2^j, \quad \sum_{l=0}^n 3^{l-1}, \quad \sum_{l=0}^n \frac{1}{2^{l+1}},$$
$$\text{et } \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right).$$

Exercice 7

On place 500€ au taux annuel de 5%. On pose $C_0 = 500$ et on appelle C_1, C_2, \dots, C_n la somme disponible au bout de 1, 2, ..., n années.

1. Le placement est à intérêts simples (chaque année, on reçoit 5% de C_0). Exprimer C_1 en fonction de C_0 puis établir une relation entre C_{n+1} et C_n . Quelle est la nature de la suite (C_n) ? Déterminer l'expression de C_n en fonction de n . En combien d'années le capital a-t-il doublé?
2. Reprendre les questions précédentes dans le cas d'un placement à intérêts composés (chaque année, on reçoit 5% de la somme de l'année précédente).

Exercice 8

Sur le marché d'un certain bien, la demande le mois n est donnée par $D_n = -4p_n + 46$, où p_n est le prix du bien le mois n et $p_0 = 5$. L'offre de ce même bien le mois $n + 1$ est donné par $S_{n+1} = 3p_n - 10$.

1. Montrer que lorsque le marché est à l'équilibre (l'offre d'un certain mois est égale à la demande de ce mois) alors $p_{n+1} = -\frac{3}{4}p_n + 14$.
2. On souhaite étudier l'évolution de la suite (p_n) lorsque le marché est à l'équilibre chaque mois.
 - a) Que peut-on dire de la suite (p_n) ?
 - b) Exprimer p_n en fonction de n .

Exercice 9

Comme tous les ans, Coralie prépare ses vacances d'été. Elle hésite chaque année entre rester en France et partir à l'étranger.

- La première année, elle est restée en France.
- Si une année elle reste en France, l'année suivante elle part à l'étranger avec une probabilité $\frac{2}{3}$.
- Si une année elle part à l'étranger, l'année suivante elle reste en France avec une probabilité $\frac{1}{2}$.

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on note F_n : "L'année n , elle reste en France" et E_n : "L'année n , elle part à l'étranger". On pose également f_n (resp. e_n) la probabilité de F_n (resp. E_n).

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'arbres.
2. Déterminer f_1 et e_1 .
3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Exprimer e_n en fonction de f_n .
4. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. À l'aide de la formule des probabilités totales, montrer que

$$f_{n+1} = -\frac{1}{6}f_n + \frac{1}{2}.$$

5. Compléter le script *Python* calculant les n premiers termes de la suite (f_n) , n étant un entier donné par l'utilisateur :

```
from numpy import *
from pylab import *
n=int(input("Valeur de n ? "))
f=[0]*n
f[0]=...
for i in range(n-1):
    f[i+1]=.....
```

6. Déterminer l'expression de f_n en fonction de n .