

**SUITES NUMÉRIQUES I**  
**EXERCICES**

**Exercice 1** (Exercice de khôlle)

Calculer les trois premiers termes des suites suivantes puis proposer un script *Python* le faisant :

- i)  $u_n = \frac{1}{n+1}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,
- ii)  $v_n = \frac{n-1}{n+1}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,
- iii)  $w_0 = 0$  et  $w_{n+1} = \sqrt{3 + w_n}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,
- iv)  $z_n = 1 + 2 + \dots + n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Exercice 2**

Dire si les suites suivantes sont arithmétiques, géométriques ou arithmético-géométriques.

- i)  $u_n = 1 - 2n$ ,
- ii)  $v_n = 3(n+2)$ ,
- iii)  $w_n = 3^{n+2}$ ,
- iv)  $t_{n+1} = 2t_n$ ,
- v)  $r_{n+1} = 2r_n - 1$ ,
- vi)  $s_n = 2^{-n+1}$ ,
- vii)  $x_{n+1} = x_n - 1$ ,
- viii)  $z_{n+1} = z_n - \frac{3}{2}z_n$ .

**Exercice 3**

La suite  $(u_n)$  est arithmétique de raison  $r$  et de terme initial  $u_0$ .

- i) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  si  $u_0 = 50$  et  $r = -7$ .
- ii) Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  si  $u_0 = 5$  et  $u_2 = 1$ .

**Exercice 4**

La suite  $(v_n)$  est géométrique de raison  $q$  et de terme initial  $v_0$ .

- i) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  si  $v_0 = \frac{1}{3}$  et  $q = \frac{1}{2}$ .
- ii) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  si  $v_3 = 16$  et  $q = \frac{2}{3}$ .

**Exercice 5**

- i) On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = -2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 6$ .  
Déterminer l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

- ii) Même question avec la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = -1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 5u_n - 8$ .

- iii) Même question avec la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = -2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = -2u_n + 1$ .

**Exercice 6**

Calculer les sommes suivantes :

$$\sum_{k=1}^{10} k, \quad \sum_{k=1}^n 2k, \quad \sum_{k=0}^{10} (k+1), \quad \sum_{k=1}^n (3k+1), \quad \sum_{j=1}^n 2, \quad \sum_{j=0}^{10} 3^j, \quad \sum_{k=0}^{10} \frac{2^k}{3}, \quad \sum_{j=1}^n 2^j, \quad \sum_{l=0}^n 3^{l-1}, \quad \sum_{l=0}^n \frac{1}{2^{l+1}},$$

$$\text{et } \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right).$$

## Exercice 7

On place 500€ au taux annuel de 5%. On pose  $C_0 = 500$  et on appelle  $C_1, C_2, \dots, C_n$  la somme disponible au bout de  $1, 2, \dots, n$  années.

1. Le placement est à intérêts simples (chaque année, on reçoit 5% de  $C_0$ ). Exprimer  $C_1$  en fonction de  $C_0$  puis établir une relation entre  $C_{n+1}$  et  $C_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(C_n)$ ? Déterminer l'expression de  $C_n$  en fonction de  $n$ . En combien d'années le capital a-t-il doublé?
2. Reprendre les questions précédentes dans le cas d'un placement à intérêts composés (chaque année, on reçoit 5% de la somme de l'année précédente).

## Exercice 8

Sur le marché d'un certain bien, la demande le mois  $n$  est donnée par  $D_n = -4p_n + 46$ , où  $p_n$  est le prix du bien le mois  $n$  et  $p_0 = 5$ . L'offre de ce même bien le mois  $n+1$  est donné par  $S_{n+1} = 3p_n - 10$ .

1. Montrer que lorsque le marché est à l'équilibre (l'offre d'un certain mois est égale à la demande de ce mois) alors  $p_{n+1} = -\frac{3}{4}p_n + 14$ .
2. On souhaite étudier l'évolution de la suite  $(p_n)$  lorsque le marché est à l'équilibre chaque mois.
  - a) Que peut-on dire de la suite  $(p_n)$ ?
  - b) Exprimer  $p_n$  en fonction de  $n$ .

## Exercice 9

Comme tous les ans, Coralie prépare ses vacances d'été. Elle hésite chaque année entre rester en France et partir à l'étranger.

- La première année, elle est restée en France.
- Si une année elle reste en France, l'année suivante elle part à l'étranger avec une probabilité  $\frac{2}{3}$ .
- Si une année elle part à l'étranger, l'année suivante elle reste en France avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ .

Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , on note  $F_n$  : "L'année  $n$ , elle reste en France" et  $E_n$  : "L'année  $n$ , elle part à l'étranger". On pose également  $f_n$  (resp.  $e_n$ ) la probabilité de  $F_n$  (resp.  $E_n$ ).

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'arbres.
2. Déterminer  $f_1$  et  $e_1$ .
3. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Exprimer  $e_n$  en fonction de  $f_n$ .
4. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . À l'aide de la formule des probabilités totales, montrer que

$$f_{n+1} = -\frac{1}{6}f_n + \frac{1}{2}.$$

5. Compléter le script *Python* calculant les  $n$  premiers termes de la suite  $(f_n)$ ,  $n$  étant un entier donné par l'utilisateur :

```
from numpy import *
from pylab import *
n=int(input("Valeur de n ? "))
f=[0]*n
f[0]=...
for i in range(n-1):
    f[i+1]=.....
```

6. Déterminer l'expression de  $f_n$  en fonction de  $n$ .