

Devoir Maison n°1
À rendre le Mercredi 01 Octobre 2025

Exercice 1

Écrire sous forme de fractions irréductibles :

i) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3},$

ii) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{4},$

iii) $\frac{1}{5} \times \frac{15}{7} \times \frac{14}{3},$

iv) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}},$

v) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \times \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{6}},$

vi)
$$\begin{array}{c} \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \hline \frac{1}{2} - 1 \\ \hline \frac{5}{1} - \frac{6}{1} \\ \hline \frac{1}{8} - \frac{1}{7} \end{array}$$

Exercice 2

Soit $a = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $b = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Vérifier que $a+b=1$ et que $a^2+b^2=3$.

Exercice 3

Simplifier le plus possible les nombres suivants :

i) $\sqrt{20},$

ii) $2\sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{45},$

iii) $\frac{\sqrt{21} \times \sqrt{6} \times \sqrt{15}}{\sqrt{7} \times \sqrt{30}},$

iv) $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}.$

Exercice 4

Écrire à l'aide de puissances de 2, 3, 5 et 7 en simplifiant le plus possible les expressions suivantes :

i) $2^3 \times 4^2,$

ii) $\frac{3^3}{9},$

iii) $5^5 \times 25^{-2},$

iv) $6^3 \times (-9)^2 \times 10^{-2} \times 35^3,$

v) $15 \times 14^3 \times 6^{-2} \times 81^2,$

vi) $\frac{6^3 \times (-9)^2 \times 10^{-2} \times 35^3}{15 \times 14^3 \times 6^{-2} \times 81^2}.$

Exercice 5

1. Développer et simplifier les expressions suivantes :

i) $(x+1)(x-2),$ ii) $(x+1)(x-2) - (x-2)^2,$ iii) $(x-2)^2 - (2x+1)(x-5),$ iv) $(x+3)(2x-1)(3x-4).$

2. Factoriser les expressions suivantes :

i) $2x+3-(x-1)(2x+3),$ ii) $x^2-(2x-1)^2,$ iii) $x^2-1+(x+1)^2,$ iv) $(4x-8)(3x+1)-(x-2)^2.$

Exercice 6

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

i) $x+1=5+\frac{1}{2}x,$

ii) $3x-1 \geq 2+5x,$

iii) $(x-1)(3-2x)\left(x+\frac{1}{2}\right)>0,$

iv) $\frac{x^2-1}{x(3-2x)} \leq 0.$

Exercice 7

On considère l'algorithme suivant :

```
Entrées : n un nombre entier
1 début algorithme
2   |   S = 0
3   |   pour k allant de 1 à n faire
4   |   |   S = S + k
5   |   fin pour
6   |   Afficher la variable S
7 fin algorithme
```

1. Que renvoie cet algorithme pour $n = 5$? Et pour $n = 10$?
2. Que fait cet algorithme?
3. Réécrire cet algorithme en utilisant une boucle “**Tant que**” à la place de la boucle “**Pour**”.

Exercice 8 un peu de logique

Quatre amis (Alain, Bernard, Charles et David) ont chacun une couleur préférée (blanc, bleu, rouge et vert), un animal (chat, chien, lapin et poisson) et une matière préférée (anglais, économie, mathématiques et philosophie). On sait que :

- i) Alain préfère le blanc.
- ii) Celui qui préfère le bleu a un chien.
- iii) Celui qui a un poisson aime les mathématiques.
- iv) Celui qui préfère le rouge aime l'économie.
- v) Charles aime l'anglais.
- vi) David, qui n'aime pas le rouge, possède un lapin.

En justifiant votre raisonnement, déterminer qui possède un chat.