Devoir maison n°5
À rendre le Lundi 12 Janvier 2026

Exercice 1

On considère une urne contenant trois boules blanches et deux noires. Les boules sont indiscernables au toucher.

1. On tire dans cette urne trois boules successivement et avec remise.
   Pour tout $i \in \{1;2;3\}$, on note B_i (resp. N_i) l'évènement : "*On a obtenu une boule blanche (resp. noire) au* $i^{ième}$ *tirage*".
   a) Quelle est la probabilité d'obtenir trois boules blanches ?
   b) Quelle est la probabilité que la dernière boule soit noire ?
   c) Quelle est la probabilité de tirer exactement deux boules noires ?
   d) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche ?
2. Reprendre les questions a), b), c) et d) si on tire à présent les trois boules successivement mais sans remise.

Exercice 2

Une entreprise fabrique en série des balles de ping-pong à l'aide de deux machines A et B. La machine A produit un tiers des éléments, les autres étant produits par la machine B.

Certaines balles fabriquées présentent un défaut. C'est le cas pour 12% des balles fabriquées par la machine A et pour 9% de celles fabriquées par la machine B.

À la sortie des machines, les balles arrivent dans le désordre sur un tapis roulant. Ce qui fait que si l'on prend une balle au hasard à la sortie du processus de fabrication, la probabilité qu'elle provienne de A est $\frac{1}{3}$ et celle qu'elle provienne de B est $\frac{2}{3}$.
On prélève sur le tapis roulant une balle au hasard. On définit les évènements :

- A : la balle provient de la machine A;
- B : la balle provient de la machine B;
- D : la balle présente un défaut.

1. Donner les valeurs des probabilités suivantes : $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$, $\mathbb{P}_A(D)$ et $\mathbb{P}_B(D)$.
2. Montrer en utilisant la formule des probabilités totales que $P(D) = \dfrac{1}{10}$.
3. On constate que la balle prélevée présente un défaut. Quelle est la probabilité qu'elle ait été fabriquée par la machine A ?

Exercice 3

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 1}{x+1}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f, noté $\mathscr{D}_f$.
2. Déterminer trois réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ pour tout $x \in \mathscr{D}_f$.
3. Étudier les limites de f en $+\infty$, $-\infty$ et en -1. En déduire que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote verticale $\mathscr{D}$ et préciser son équation.
4. Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 2$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.
   Étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à Δ.
5. Les variations de f sont données dans le tableau suivant. Recopier et compléter le tableau avec les limites trouvées à la question précédente et les ordonnées manquantes.

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
f		$\nearrow$		$\searrow$	‖	$\searrow$		$\nearrow$	

6. Tracer $\mathscr{D}$, Δ ainsi que l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$.

Exercice 4

Déterminer les limites suivantes :

i) $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 + x + 1$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 + x + 1$,

ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x - 2}$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$,

iii) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x - 2}$ et $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$