Interrogation
Vendredi 16 Janvier 2026 - Durée : 2h

Exercice 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$, l'ensemble de définition de f.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
3. Déterminer trois réels tels que pour tout $x \in \mathscr{D}_f$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$.
4. En déduire que la courbe de f, notée $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote Δ en $+\infty$ et en $-\infty$, dont on précisera une équation.
5. Étudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à Δ.
6. Étudier la limite de f en 2. Que peut-on en déduire sur $\mathscr{C}_f$?
7. Le tableau de variations de f est le suivant :

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
f		$\nearrow$		$\searrow$	$\|$	$\searrow$		$\nearrow$	

   a) Recopier et compléter le tableau de variations de f avec les limites calculées précédemment ainsi que les valeurs $f(1)$ et $f(3)$.
   b) Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet exactement deux solutions, notées α et β et telles que $\alpha < \beta$.
   c) Justifier que $\beta \in [4;5]$.

8. En prenant 1 cm pour unité en abscisses et en ordonnées, tracer l'allure de $\mathscr{C}_f$ et ses asymptotes.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Étudier la parité de f. Que peut-on en déduire pour sa courbe représentative, notée $\mathscr{C}_f$?
3. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe-t-elle par le point A de coordonnées $(-1;2)$?
4. Montrer que f est minorée par 2 sur $]0;+\infty[$.
5. La fonction f est-elle majorée sur $]-\infty;0[$? Justifier votre réponse.

Exercice 3

On dispose de deux urnes U_1 et U_2. L'urne U_1 contient 20 boules : 3 rouges et 17 blanches. L'urne U_2 contient 20 boules : une rouge et 19 blanches.
On ne cherchera ni à effectuer ni à simplifier les calculs.

1. On tire trois boules dans l'urne U_1, successivement et sans remise.
   Pour tout $i \in \{1,2,3\}$, on note B_i : "*On tire une boule blanche au i^{ième} tirage*" et R_i : "*On tire une boule rouge au i^{ième} tirage*".
   a) Quelle est la probabilité d'obtenir trois boules rouges ?
   b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge ?
2. On tire, cette fois, trois boules successivement avec remise de l'urne U_2. On conserve les notations B_i et R_i de la question précédente.
   a) Quelle est la probabilité d'obtenir trois boules rouges ?
   b) Quelle est la probabilité d'obtenir un tirage unicolore ?

Exercice 4

Deux machines d'une usine fabriquent des balles de ping-pong. La machine **A** fabrique un tiers des balles, les autres étant produites par la machine **B**. Certaines balles fabriquées présentent un défaut. C'est le cas pour 12% des balles fabriquées par la machine **A** et pour 9% de celles fabriquées par la machine **B**. On choisit une balle au hasard.
On note A :"*La balle a été fabriquée par la machine **A***", B :"*La balle a été fabriquée par la machine* B" et D :"*La balle présente un défaut*".

1. Traduire la situation par un arbre.
2. Quelle est la probabilité que la balle soit défectueuse.
3. On suppose que la balle choisie est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle provienne de la machine **A** ?