Polynôme du second degré
Exercices

Exercice 1

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

i) $(x-3)(2x+4)=0$, ii) $(2x-3)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=0$, iii) $(x^2-9)+(x-3)(x-1)=0$,

iv) $x^3-2x^2+x=0$, v) $(2x^2-8)(3x+1)(x-5)=0$, vi) $\dfrac{(2x-1)(3x+5)}{x(5-2x)}=0$.

Exercice 2

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

i) $(x+1)(2x-4)>0$, ii) $x^2-16<0$, iii) $(x-1)^2\leq 4$,

iv) $(3x-1)(2x+1)(x-5)\leq 0$, v) $\dfrac{(2x-1)(3x+5)}{x(5-2x)}<0$, vi) $\dfrac{(2x+3)^2(5-2x)}{x^3}\geq 0$.

Exercice 3 (Exercice de khôlle)

Calculer les racines réelles des polynômes suivants :

i) $2x^2+3x+1$, ii) x^2+4x-1, iii) $3x^2+2x+2$,

iv) $3x^2+2x+\dfrac{1}{3}$, v) $-2x^2-x+1$, vi) x^4-2x^2-1.

Exercice 4

Factoriser, si possible, les polynômes suivants :

i) $3x^2-27$, ii) $2x^2+3x-5$, iii) $-x^2+2x+1$,

iv) x^2+x+1, v) x^2+x-1, vi) $-2x^2+2x+1$.

Exercice 5 (Exercice de khôlle)

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

i) $2x^2+3x+1>0$,

ii) $x^2+4x-1\leq 0$,

iii) $(x^2-1)(2x^2+3x+1)<0$,

iv) $(2x+3)(-x^2+x+1)\geq 0$,

v) $\dfrac{x^2+3x-5}{x-2}<0$,

vi) $\dfrac{x^2}{x+2}<1$,

vii) $\dfrac{x}{2x-1}<\dfrac{1}{x+1}$.

Exercice 6

1. Déterminer les racines x_1 et x_2 de x^2-5x+6.
   Que valent x_1+x_2 et x_1x_2 ?
2. Soit S et P deux réels.
   a) Soit x_1 et x_2 deux nombres réels tels que $\begin{cases} x_1+x_2 &= S \\ x_1x_2 &= P \end{cases}$.

   Développer $(x-x_1)(x-x_2)$ puis en déduire que x_1 et x_2 sont les racines de x^2-Sx+P.

   b) Réciproquement, on suppose que x_1 et x_2 sont les racines de x^2-Sx+P.
   Montrer que $x_1+x_2=S$ et $x_1x_2=P$.

   c) En déduire deux nombres réels x_1 et x_2 dont la somme vaut 5 et le produit 2.
3. Plus généralement, soit $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$.

   Montrer que x_1 et x_2 sont racines de ax^2+bx+c si et seulement si $\begin{cases} x_1+x_2 &= -\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2 &= \dfrac{c}{a} \end{cases}$.

Exercice 7 (Exercice de khôlle)

1. Soit $P(x)=x^3+3x^2-4$. Calculer $P(1)$ puis en déduire une factorisation de $P(x)$ en produit de facteurs de degré 1.
2. Factoriser au maximum le polynôme $Q(x)=x^3-2x^2-x+2$ après avoir calculé $Q(2)$.
3. Factoriser au maximum le polynôme $R(x)=x^3+x^2-x+2$ après avoir calculé $R(-2)$.
4. Déterminer les nombres réels a et b tels que $\dfrac{x^2}{x+2}=ax+b+\dfrac{4}{x+2}$.
5. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que $\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.