

FICHE METHODE ÉQUATIONS-INÉQUATIONS: ÉQUATIONS AVEC LN ET EXP

Pour résoudre une équation (ou une inéquation), on utilisera toujours le plan suivant :

- (1) Ensemble de définition (voir fiche fonctions)
- (2) Résolution de l'équation
- (3) Conclusion

Le but de cette fiche est de détailler des méthodes de résolutions simples (autrement dit le point (2))

I- COMMENT RÉSOUDRE UNE ÉQUATION SIMPLE AVEC LN

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Pour faire disparaître ln on applique l'exponentielle car $\forall x \in \mathbb{R}^+, e^{\ln(x)} = x$

□ DÉMARCHE À SUIVRE

- ① Chercher le domaine d'existence de l'équation
- ② Résoudre l'équation en se ramenant à des équations du type: $\ln(u)=\ln(v)$ ou $\ln(u)=a$
puis on applique l'exponentielle
- ③ Conclure

□ EXEMPLES

Exemple 1: Résoudre $\ln(3x-2)=4$

l'équation existe

$$\Leftrightarrow 3x-2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$D = \left] \frac{2}{3} ; +\infty \right[$$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition.
Il y a ln donc on résout l'intérieur du ln > 0

$$\ln(3x-2) = 4$$

On doit faire apparaître une des deux formes : $\ln(u)=\ln(v)$ ou $\ln(u)=a$

Ici on a déjà la forme **$\ln(u)=a$** sans changement d'écriture.

$$e^{\ln(3x-2)} = e^4$$

$$3x-2 = e^4$$

$$x = \frac{e^4+2}{3}$$

On **applique l'exponentielle** pour faire disparaître le ln puis on résout l'équation obtenue.

$$\frac{e^4+2}{3} \in D$$

$$S = \left\{ \frac{e^4+2}{3} \right\}$$

On conclut

Exemple 2: Résoudre $\ln(3x-2)=\ln(x)$

l'équation existe

$$\Leftrightarrow 3x-2 > 0 \text{ et } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{2}{3} \text{ et } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$D = \left] \frac{2}{3}, +\infty \right[$$

$$\ln(3x-2) = \ln(x)$$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition
il y a 2 $\ln$ donc on résout les **2 intérieurs des $\ln > 0$**

On doit faire apparaître une des deux formes: $\ln(u)=\ln(v)$ ou $\ln(u)=a$
Ici on a déjà la forme **$\ln(u)=\ln(v)$** sans changement d'écriture.

$$e^{\ln(3x-2)} = e^{\ln x}$$

$$3x-2 = x$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

On **applique l'exponentielle** pour faire disparaître le $\ln$ puis on résout l'équation obtenue.

$$1 \in D$$

$$S = \{1\}$$

On conclut

Exemple 3: Résoudre $\ln(2x) + \ln(x) = 3$

l'équation existe

$$\Leftrightarrow 2x > 0 \text{ et } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 0 \text{ et } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 0$$

$$D =]0, +\infty[= \mathbb{R}_+^*$$

$$\ln(2x) + \ln(x) = 3$$

$$\ln(2x \times x) = 3$$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition
Il y a 2 $\ln$ donc on résout les **2 intérieurs des $\ln > 0$**

On doit faire apparaître une des deux formes: **$\ln(u)=\ln(v)$** ou $\ln(u)=a$

Ici aucune des deux formes donc on doit changer l'écriture grâce aux formules du $\ln$

$$\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$$

On **applique l'exponentielle** pour faire disparaître le $\ln$ puis on résout l'équation obtenue.

$$e^{\ln(2x^2)} = e^3$$

$$2x^2 = e^3$$

$$x^2 = \frac{e^3}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{e^3}{2}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{e^3}{2}}$$

$$\text{car } \frac{e^3}{2} > 0$$

On reconnaît l'équation $x^2 = a$ avec **$a > 0$**
les solutions sont **$x = \sqrt{a}$ ou $x = -\sqrt{a}$**

$$\sqrt{\frac{e^3}{2}} \in D$$

$$\text{mais } -\sqrt{\frac{e^3}{2}} \notin D$$

$$S = \left\{ \sqrt{\frac{e^3}{2}} \right\}$$

On conclut

II-COMMENT RÉSOUDRE UNE ÉQUATION SIMPLE AVEC EXP

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Pour faire **disparaître exp** on **applique ln** car $\forall x \in \mathbb{R}, \ln(e^x) = x$

□ DÉMARCHÉ À SUIVRE

- ① Chercher le domaine d'existence de l'équation
- ② Résoudre l'équation en se ramenant à des équations du type:
 $e^u = e^v$ ou $e^u = a$ avec $a > 0$ sinon l'équation est impossible
 puis on applique ln
- ③ Conclure

□ EXEMPLES

Exemple 1: Résoudre $e^{3x-2} = 1$

$$D = \mathbb{R}$$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition:
pas de fraction, ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$

$$e^{3x-2} = 1$$

On doit faire apparaître une des deux formes: $e^u = e^v$ ou $e^u = a$
avec $a > 0$

Ici on a déjà la forme $e^u = a$ avec $a = 1 > 0$ sans changement d'écriture.

$$\ln(e^{3x-2}) = \ln(1)$$

$$3x - 2 = 0$$

On **applique ln** pour faire disparaître l'exponentielle puis on résout l'équation obtenue.

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \in D$$

$$S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

On conclut

Exemple 2: Résoudre $e^{5x-1} = -3$

$$D = \mathbb{R}$$

$$e^{5x-1} = -3$$

$-3 < 0$ donc l'équation
n'admet pas de solutions

$$S = \emptyset$$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de
définition: pas de fraction, ni racine, ni $\ln$ donc $\mathbb{R}$

On doit faire apparaître une des deux formes: $e^u = e^v$ ou
 $e^u = a$ avec $a > 0$

Ici on a déjà la forme $e^u = a$ avec $a = -3 < 0$ sans
changement d'écriture.

donc **l'équation n'admet pas de solutions**

On ne peut pas appliquer $\ln$ mais on conclut