

CORRECTION DU DEVOIR N°02

Exercice 1 :

Soient $A ; B ; C$ trois événements Décrire à l'aide de $A ; B ; C$ les événements suivants :

1- D : " seul A se réalise "

$$D = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$$

Remarque : une autre réponse serait $D = A \setminus (B \cup C) = A \cap (\overline{B \cup C}) = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

2- E : " A et B se réalisent mais pas C "

$$E = A \cap B \cap \overline{C}$$

Remarque : une autre réponse serait $E = (A \cap B) \setminus C = A \cap B \cap \overline{C}$

3- F : " Deux événements au plus se réalisent "

L'évènement F signifie que soit 0 événement se réalise, soit 1 événement se réalise parmi A, B ou C soit 2 événements se réalisent parmi A, B ou C

F est donc difficile à écrire. Posons nous la question de l'évènement contraire : \overline{F} : "les trois événements se réalisent " qui est très facile à écrire : $A \cap B \cap C$

Conclusion : $F = \overline{A \cap B \cap C}$

4- G : " Deux événements ou plus se réalisent "

L'évènement G signifie que soit 2 événements se réalisent parmi A, B ou C soit les trois.

G est donc difficile à écrire. Posons nous la question de l'évènement contraire : \overline{G} : "soit 0 événement se réalise, soit 1 événement se réalise parmi A, B ou C " qui n'est pas plus facile. cette fois l'évènement contraire ne nous a pas permis de simplifier le calculs. Donc je vais résoudre cette question directement

L'évènement G signifie que

□ soit 2 événements se réalisent parmi A, B ou C : cette situation \geq produit dans trois cas

➤ Soit A et B se réalisent et pas C : $A \cap B \cap \overline{C}$

➤ Soit A et C se réalisent et pas B : $A \cap \overline{B} \cap C$

➤ Soit B et C se réalisent et pas A : $\overline{A} \cap B \cap C$

□ soit 3 événements se réalisent : $A \cap B \cap C$

Conclusion :

$$G = (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$

Exercice 2 :

Nommer et calculer les nombres suivants:

$$A = 5 - \frac{1}{7} = \frac{5 \times 7 - 1}{7} = \frac{34}{7}$$

$$\boxed{A = \frac{34}{7}}$$

A est une différence

$$B = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2+3}{6}}{\frac{2-3}{6}} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$\boxed{B = -5}$$

B est un quotient

$$C = \frac{18}{15} \times \frac{25}{27} = \frac{9 \times 2 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 3 \times 9} = \frac{10}{9}$$

$$\boxed{C = \frac{10}{9}}$$

C est un produit

$$D = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3}\right) \left(3 + \frac{7}{4}\right) = \frac{3+10}{6} \times \frac{12+7}{4} = \frac{13}{6} \times \frac{19}{4} = \frac{13 \times 19}{6 \times 4} = \frac{247}{24}$$

$$\boxed{D = \frac{247}{24}}$$

D est un quotient

$$E = \frac{7}{60} + \frac{-8}{45}$$

$$E = \frac{7}{60} + \frac{-8}{45}$$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ et $45 = 3^2 \times 5$ donc un dénominateur commun est $2^2 \times 3^2 \times 5$
d'où

$$E = \frac{7 \times 3 - 8 \times 2^2}{2^2 3^2 5}$$

$$\boxed{E = -\frac{11}{180}}$$

E est une somme

Exercice 3 :

Simplifier les expressions en mettant les résultats sous la forme d'une seule racine ou d'un seul logarithme

$$A = 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ = (3+8-5)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\boxed{A = 6\sqrt{2}}$$

$$B = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{48} \\ = 5\sqrt{3^2 \times 3} - 2\sqrt{4^2 \times 3} \\ = 5 \times 3\sqrt{3} - 2 \times 4\sqrt{3} \\ = (15-8)\sqrt{3} \\ = 7\sqrt{3}$$

$$\boxed{B = 7\sqrt{3}}$$

$$C = \ln(2) + \ln(5)$$

$$= \ln(2 \times 5) = \ln(10)$$

$$\text{car } \forall a > 0 \text{ et } b > 0, \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\boxed{C = \ln(10)}$$

$$D = \ln(3) - \ln(4)$$

$$= \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\text{car } \forall a > 0 \text{ et } b > 0, \ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\boxed{D = \ln\left(\frac{3}{4}\right)}$$

$$E = 3\ln(2) + 2\ln(3) - \frac{1}{2}\ln(9)$$

$$= 3\ln(2) + 2\ln(3) - \frac{1}{2}\ln(3^2)$$

$$= 3\ln(2) + 2\ln(3) - \frac{1}{2} \times 2 \ln(3)$$

$$\text{car } \forall a > 0 \text{ et } \ln(a^x) = x \ln(a)$$

$$= 3\ln(2) + 2\ln(3) - \ln(3)$$

$$= 3\ln(2) + \ln(3)$$

$$= \ln(2^3) + \ln(3)$$

$$= \ln(8) + \ln(3)$$

$$= \ln(8 \times 3)$$

$$= \ln(24)$$

$$\boxed{E = \ln(24)}$$