LYCEE JEAN PERRIN **2024-2025**

EC 1

CORRECTION DU DEVOIR N°03

Exercice 1 :

On donne : $E=\sqrt{12}$; $F=\sqrt{27}$ et $G=\sqrt{20}$

1- Exprimer E F et G sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers ,b étant le plus petit possible

$\boldsymbol{E}=\sqrt{2^2\times 3}=\mathbf{2\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{F}=\sqrt{3^2\times 3}=\mathbf{3\sqrt{3}}$ $\boldsymbol{G}=\sqrt{2^2\times 5}=\mathbf{2\sqrt{5}}$

2- Calculer $E\times F$

$E\times F=\sqrt{2^2\times 3\times 3^2\times 3}=\sqrt{2^2\times 3^2\times 3^2}=2\times 3\times 3=18$

$\boxed{\boldsymbol{E\times F=18}}$

3- Calculer $E+F$ et $E\times G$. Vous donnerez les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers ,b étant le plus petit possible

$E+F=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

$\boxed{\boldsymbol{E+F=5\sqrt{3}}}$

$E\times G=2\sqrt{3}\times 2\sqrt{5}=2\times 2\sqrt{3\times 5}=4\sqrt{15}$

$\boxed{\boldsymbol{E\times G=4\sqrt{15}}}$

Exercice 2 :

Développer les expressions suivantes

$$\begin{aligned}A(x)&=2x(x+1)-(12x-11)^2\\&=2x^2+2x-\left((12x)^2-2\times 12\times 11x+11^2\right)\\&=2x^2+2x-144x^2+264x-121\end{aligned}$$

$\boxed{\boldsymbol{A(x)=-142x^2+266x-121}}$

$$\begin{aligned}B(x)&=(3-x)(4-2x)+(-5x)^3\\&=\left(12-6x-4x+2x^2\right)-125x^3\end{aligned}$$

$\boxed{\boldsymbol{B(x)=-125x^3+2x^2-10x+12}}$

$$\begin{aligned}C(x)&=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+3)\\&=(2x-1)(x+3)\\&=2x^2+6x-x-3\end{aligned}$$

$\boxed{\boldsymbol{C(x)=2x^2+5x-3}}$

Exercice 3 :

Écrire sous la forme d'une seule fraction

$$A(x) = \frac{a}{b^2c^5} + \frac{b^2}{a^4b} + \frac{c^3}{b^5a^2}$$
$$= \frac{a^4b^3 \times a + b^4c^5 \times b^2 + a^2c^5 \times c^3}{a^4b^5c^5}$$

$$\boxed{\boldsymbol{A(x) = \frac{a^5b^3 + b^6c^5 + a^2c^8}{a^4b^5c^5}}}$$

$$B(x) = \frac{7}{(x-1)^2} - \frac{3}{x-2}$$
$$= \frac{7(x-2) - 3(x-1)^2}{(x-1)^2(x-2)}$$
$$= \frac{7x - 14 - 3(x^2 - 2x + 1)}{(x-1)^2(x-2)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{B(x) = \frac{-3x^2 + 13x - 17}{(x-1)^2(x-2)}}}$$

$$C(x) = 1 - \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2}$$
$$= \frac{(x-1)(x-2) - (x-2) + 2(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$
$$= \frac{x^2 - 3x + 2 - x + 2 + 2x - 2}{(x-1)(x-2)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{C(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)(x-2)}}}$$

Exercice 4 :

Factoriser chacune des expressions suivantes

$A = (5x+1)(3x-2) - (3x-2)$

$A = (3x-2)[(5x+1) - 1]$

$A = (3x-2)(5x)$

$\boxed{\boldsymbol{A = 5x(3x-2)}}$

$B = (2x+5)^2 + (2x+5)(x-4)$

$B = (2x+5)[(2x+5) + (x-4)]$

$\boxed{\boldsymbol{B = (2x+5)(3x+1)}}$

$C = 9x^2 - 100$

$C = (3x)^2 - 10^2$

$\boxed{\boldsymbol{C = (3x-10)(3x+10)}}$

$D=(x+1)^2(x-1)-16(x-1)$
$D=(x-1)\left[(x+1)^2-16\right]$
$D=(x-1)\left[(x+1)^2-4^2\right]$
$D=(x-1)(x+1-4)(x+1+4)$
$\boxed{\boldsymbol{D=(x-1)(x-3)(x+5)}}$

<u>Exercice 5 :</u>
<u>Simplifier les expressions suivantes</u>

$A=\ln\left(3-\sqrt{5}\right)+\ln\left(3+\sqrt{5}\right)$
$\quad=\ln\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)$ car $\forall\ a>0$ et- $b>0$, $\ln(a)+\ln(b)=\ln(ab)$
$\quad=\ln\left(3^2-\sqrt{5}^2\right)$ on reconnaît $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ avec $a=3$ et $b=\sqrt{5}$
$\quad=\ln(9-5)$
$\quad=\ln(4)$
$\quad=\ln(2^2)$ car $\forall\ a>0$, $\ln(a^x)=x\ln(a)$
$\quad=2\ln(2)$
$\boxed{\boldsymbol{A=2\ln(2)}}$

$B=\ln(4e^5)-\ln\left(\frac{4}{\sqrt{e}}\right)$
$\quad=\ln(4)+\ln(e^5)-\left(\ln(4)-\ln\left(\sqrt{e}\right)\right)$
$\quad=\ln(4)+5-\ln(4)+\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$ car $\forall\ x\geq 0,\ \ \sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$
$\quad=5+\frac{1}{2}$
$\quad=\frac{11}{2}$
$\boxed{\boldsymbol{B=\frac{11}{2}}}$

$C=\frac{\ln(12)-\ln(24)}{2\ln\left(\sqrt{5}\right)}$
$\quad=\frac{\ln\left(\frac{12}{24}\right)}{2\times\frac{1}{2}\times\ln(5)}$
$\quad=\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(5)}$
$\quad=-\frac{\ln(2)}{\ln(5)}$
$\boxed{\boldsymbol{C=-\frac{\ln(2)}{\ln(5)}}}$

Il n'y a pas de formule pour $\boldsymbol{\frac{\ln(a)}{\ln(b)}}$