LYCEE JEAN PERRIN **202024-2025**
EC 1

CORRECTION DU DS N°01

Exercice 1 :

$A = \frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

$\boxed{\boldsymbol{A = \frac{1}{8}}}$

$B = \frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}-3} = \frac{\frac{2-1}{2}}{\frac{1-12}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{-11} = -\frac{2}{11}$

$\boxed{\boldsymbol{B = -\frac{2}{11}}}$

$C = \frac{5}{49} \times \frac{21}{15} = \frac{5\times3\times7}{7\times7\times3\times5} = \frac{1}{7}$

$\boxed{\boldsymbol{C = \frac{1}{7}}}$

$D = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{15}\right) \times \frac{3}{8} = \frac{6-1}{15} \times \frac{3}{8} = \frac{5\times3}{5\times38} = \frac{1}{8}$

$\boxed{\boldsymbol{D = \frac{1}{8}}}$

$E = \frac{2}{125} - \frac{3}{150}$

$125 = 5^3$

$150 = 2\times3\times5^2$

donc un dénominateurs commun est $2\times3\times5^3$

$E = \frac{2\times6-3\times5}{2\times3\times5^3} = -\frac{3}{5\times3\times5^3} = -\frac{1}{250}$

$\boxed{\boldsymbol{E = -\frac{1}{250}}}$

Exercice2 :

1- Compléter **sur votre copie** les formules des exponentielles

$e^{x+y} =$ $\qquad$ $e^{-x} =$ $\qquad$ $e^{-1} \approx$

$e^{x-y} =$ $\qquad$ $e^{0} =$

$e^{xy} =$ $\qquad$ $e^{1} = \quad \approx$

2- Compléter **sur votre copie** les formules des logarithmes népériens

$\ln(ab) =$ $\qquad$ $\ln\left(\frac{a}{b}\right) =$ $\qquad$ $\ln\ldots = 1$

$\ln\left(\frac{1}{b}\right) =$ $\qquad$ $\ln(a^x) =$ $\qquad$ $\ln\ldots = 0$

$\ln(2) \approx$ $\qquad$ $\ln(3) \approx$

3- Simplifier les nombres suivants :

$A = \sqrt{27} - \sqrt{12} = \sqrt{3\times 9} - \sqrt{3\times 4} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (3-2)\sqrt{3} = \sqrt{3}$ $\boxed{\boldsymbol{A=\sqrt{3}}}$

$B = \dfrac{e^{2x+1}}{e^{1-x}} = e^{2x+1-1+x} = e^{3x}$ $\boxed{\boldsymbol{B=e^{3x}}}$

$C = \dfrac{(e^{x+2})^2}{e^{2x-1}} = \dfrac{e^{2x+4}}{e^{2x-1}} = e^{2x+4-2x+1} = e^5$ $\boxed{\boldsymbol{C=e^5}}$

$D = \ln(3-\sqrt{5}) + \ln(3+\sqrt{5}) = \ln(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5}) = \ln(3^2 - \sqrt{5}^2) = \ln(9-5) = \ln(4) = \ln(2^2) = 2\ln(2)$

$\boxed{\boldsymbol{D=2\ln(2)}}$

$E = e^{-\ln(5)} - e^{-2\ln(5)} = \dfrac{1}{e^{\ln(5)}} - \dfrac{1}{e^{2\ln(5)}} = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{25} = \dfrac{5-1}{25} = \dfrac{4}{25}$ $\boxed{\boldsymbol{E=\dfrac{4}{25}}}$

<u>Exercice 3 :</u>

1- Développer les expressions suivantes

$A(x) = 5(x-1) - (x+1)(2x+7)$

$A(x) = 5x - 5 - (2x^2 + 7x + 2x + 7)$

$A(x) = 5x - 5 - 2x^2 - 9x - 7$

$\boxed{\boldsymbol{A(x)=-2x^2-4x-12}}$

$B(x) = (3x+1)^2 - 2(x-3)^2$

$B(x) = (9x^2 + 6x + 1) - 2(x^2 - 6x + 9)$

$B(x) = 9x^2 + 6x + 1 - 2x^2 + 12x - 18$

$\boxed{\boldsymbol{B(x)=7x^2+18x-17}}$

$C(x) = e^{-x}\left(e^{2x} - \dfrac{1}{e^x}\right) = e^{-x}\times e^{2x} - \dfrac{e^{-x}}{e^x} = e^x - e^{-2x}$ $\boxed{\boldsymbol{C(x)=e^x-e^{-2x}}}$

2- Factoriser au maximum les expressions suivantes

$D(x) = x^3 + 2x^2 + x$

$D(x) = x(x^2 + 2x + 1)$

$\boxed{\boldsymbol{D(x)=x(x+1)^2}}$

$E(x) = (x-1)^2 - 2(x-1)$

$E(x) = (x-1)[(x-1)-2]$

$\boxed{\boldsymbol{E(x)=(x-1)(x-3)}}$

$F(x) = (2x+1)(x-3) - (x+2)(x-3)$

$F(x) = (x-3)[(2x+1)-(x+2)]$

$F(x) = (x-3)(2x+1-x-2)$

$\boxed{\boldsymbol{F(x)=(x-3)(x-1)}}$

$G(x) = 9x^2 - 64$

$G(x) = (3x)^2 - 8^2$

$\boxed{\boldsymbol{G(x) = (3x+8)(3x-8)}}$

$H(x) = x^2e^x - 2xe^x$

$\boxed{\boldsymbol{H(x) = xe^x(x-2)}}$

3- <u>Mettre au même dénominateur les expressions suivantes en n'oubliant pas de déterminer l'ensemble de définition.</u>

$f(x) = 4 - \dfrac{2}{x+5}$

f existe $\Leftrightarrow x+5 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq -5$

$\boldsymbol{Df = \mathbb{R} - \{-5\}}$

$f(x) = 4 - \dfrac{2}{x+5} = \dfrac{4(x+5)-2}{x+5} = \dfrac{4x+18}{x+5}$

$\boxed{\boldsymbol{f(x) = \dfrac{4x+18}{x+5}}}$

$g(x) = \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x-1}$

g existe $\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x-1 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq 1$

$\boldsymbol{Dg = \mathbb{R} - \{0;\ 1\} = \mathbb{R}^* - \{1\}}$

$g(x) = \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{3(x-1)-1x}{x(x-1)} = \dfrac{3x-3-x}{x(x-1)} = \dfrac{2x-3}{x(x-1)}$

$\boxed{\boldsymbol{g(x) = \dfrac{2x-3}{x(x-1)}}}$

$h(x) = \dfrac{2x-3}{x^2} + \dfrac{1}{x} - \dfrac{7}{x+1}$

h existe $\Leftrightarrow x^2 \neq 0$ et $x \neq 0$ et $x+1 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq -1$

$\boldsymbol{Dh = \mathbb{R} - \{0;-1\} = \mathbb{R}^* - \{-1\}}$

$$h(x) = \dfrac{2x-3}{x^2} + \dfrac{1}{x} - \dfrac{7}{x+1}$$

$$= \dfrac{(2x-3)(x+1)+1x(x+1)-7x^2}{x^2(x+1)}$$

$$= \dfrac{2x^2+2x-3x-3+x^2+x-7x^2}{x^2(x+1)} = \dfrac{-4x^2-3}{x^2(x+1)}$$

$\boxed{\boldsymbol{h(x) = \dfrac{-4x^2-3}{x^2(x+1)}}}$

Exercice 4 :

Une entreprise fabrique des ordinateurs portables.

Ils peuvent présenter deux défauts :un défaut de clavier ,un défaut d'écran.

- 2% présentent un défaut d'écran ;
- 2,4% présentent un défaut de clavier ;
- 1,5% présentent les deux défauts.

Les résultats seront données sous forme décimale

1- On choisit au hasard un ordinateur et on considère les événements suivants.

- E : « L'ordinateur présente un défaut d'écran » ;
- C : « L'ordinateur présente un défaut de clavier ».

Déterminer $p(E)$, $p(C)$ et $p(E \cap C)$.

$\boldsymbol{p(E)=0{,}02}$ $\boldsymbol{p(C)=0{,}024}$ $\boldsymbol{P(E\cap C)=0{,}015}$

2- On considère les événements suivants.

A : « L'ordinateur présente au moins un défaut » ;

B : « L'ordinateur ne présente que le défaut de d'écran ».

D : « L'ordinateur ne présente aucun des deux défauts ».

a) Traduire ces 3 événements à l'aide de E et C.

$\boldsymbol{A=E\cup C}$ $\boldsymbol{B=E\cap\overline{C}=E\backslash C}$ $\boldsymbol{D=\overline{E}\cap\overline{C}}$

b) Calculer leurs probabilités.

$p(A)=p(E\cup C)=p(E)+P(C)-p(E\cap C)=0{,}02\mathbf{0}+0{,}024-0{,}015=0{,}029$

$p(B)=p(E\backslash C)=p(E)-p(E\cap C)=0{,}02\mathbf{0}-0{,}015=0{,}005$

$p(D)=1-p(\overline{D})=1-p(E\cup C)=1-0{,}029=0{,}971$

Exercice 5 :

On considère un établissement scolaire de 2 000 élèves, regroupant des collégiens et des lycéens.

- 19% de l'effectif total est en classe Terminale ;
- parmi ces élèves de Terminale, 55% sont des filles ;
- le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85%;
- parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles a été de $\frac{8}{19}$

1- Recopier et compléter le tableau des effectifs regroupant les résultats au baccalauréat :

Élèves	Garçons	Filles	TOTAL
Réussite	138	185	323
Échec	33	24	57
TOTAL	171	209	380

explications

$0{,}55\times 380=209$ $0{,}85\times 380=323$ $\frac{8}{19}\times 57=24$ car $57=3\times 19$

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de Terminale. On considère les événements suivants :

- G : « l'élève est un garçon » ;
- R : « l'élève a eu son baccalauréat ».

Dans la suite, on donnera les résultats sous forme fractionnaire

2- Définir les événements suivants par une phrase : $G\cap R$, $\overline{G}\cap\overline{R}$

$G\cap R$: « l'élève est un garçon qui a obtenu son baccalauréat »

$\overline{G}\cap\overline{R}$: « l'élève est une fille qui a échoué son baccalauréat »

3- Calculer les probabilités des événements suivants : $\overline{R}$, $\overline{G}\cup\overline{R}$

$\Omega = \{\text{élèves de Terminale}\}$

$|\Omega| = 380$

Il y a équiprobabilité car on choisit au hasard un élève

$P(\overline{R}) = \frac{57}{380} = \frac{3\times19}{20\times19} = \frac{3}{20}$ $\boxed{\boldsymbol{P(\overline{R})=\frac{3}{20}}}$

$P(\overline{G}\cup\overline{R}) = P(\overline{G})+P(\overline{R})-P(\overline{G}\cap\overline{R}) = \frac{209+57-24}{380} = \frac{242}{380} = \frac{2\times121}{2\times190} = \frac{121}{190}$ $\boxed{\boldsymbol{P(\overline{G}\cup\overline{R})=\frac{121}{190}}}$

4- On choisit un élève au hasard parmi les bacheliers. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

attention on change d'univers

$\Omega_2 = \{\text{bacheliers}\}$

$|\Omega_2| = 323$

Il y a équiprobabilité car on choisit au hasard un bachelier

$P_R(\overline{G}) = \frac{185}{323}$

Conclusion : la probabilité que ce soit une fille parmi les bacheliers est de $\boldsymbol{\frac{185}{323}}$

Exercice 6 :

On choisit au hasard un nombre dans $[\![1 ; 100]\!]$

Calculer la probabilité que ce nombre ne soit divisible ni par 2 ni par 3 ni par 5 ?

voir TD